Rapport de soutenance de thèse de Monsieur Pierrot SEBAN

Titre de la thèse : « L'aporie du passage. Zénon d'Élée et le principe d'achevabilité »

Thèse soutenue le jeudi 13 décembre 2018 à 14h à l'Université Paris Nanterre, Bât. B, salle René Rémond

Membres du jury :
- Hourya Benis-Sinaceur, Directrice de recherche émérite (CNRS, IHPST) : rapporteur ;
- Ali Benmakhlouf, Professeur des Universités (Université Paris Est Créteil Val de Marne) : rapporteur ;
- Brice Halimi, Maître de conférences HDR (Université Paris Nanterre) : président ;
- Marwan Rashed, Professeur des Universités (Université Paris Sorbonne) ;
- Jean-Michel Salanskis, Professeur des Universités émérite (Université Paris Nanterre) : directeur.
-

Après une présentation d'une vingtaine de minutes, par le candidat, de ses travaux et de la perspective dans laquelle il les a menés, M. Jean-Michel Salanskis, directeur de la thèse, prend la parole et s'exprime ainsi :

« La thèse de Pierrot Seban se présente comme un texte de 626 pages bibliographie comprise, qui se divise en deux morceaux : un corps principal au fil duquel le candidat discute et traite le problème qu'il s'est posé, et un ensemble de neuf annexes dans lesquelles il offre des mises au point sur des questions méthodologiques, ou sur des documents qui ne pouvaient faire l'objet d'un examen au cours de la thèse sans compromettre son rythme et son homogénéité.

Je voudrais d'abord souligner l'authenticité de ce travail. Comme Pierrot Seban le signale dans ses remerciements, il a formulé le trouble qui était le sien et le questionnement qui s'emparait spontanément de lui à propos de la dichotomie et de l'Achille zénoniens pendant son année de M1, à l'occasion du cours sur Zénon et le continu mathématique que nous donnions avec Elie During, et auquel il assistait. Et d'emblée, il nous manifestait de façon intense qu'il refusait qu'on le privât de son problème en l'écrasant sous une réponse facile.

De fait, il est parvenu à écrire un long ouvrage cohérent qui en un sens ne fait rien d'autre que défendre l'aporie, nous interdire de la dissoudre. Il a su convertir le sentiment fort qui était le sien d'avoir mis le doigt sur quelque chose d'important en une enquête savante, en le parcours d'un vaste ensemble de contributions théoriques et philosophiques d'espèces variées. Il a compris notamment que la défense de son aporie passait par une prise en considération profonde et informée de la mathématique contemporaine de l'infini et du continu.

Pour celles et ceux qui sont convaincus que le travail – le long travail de l'étude, inquiète de la légitimité de ses acquis à chaque instant – est la vertu cardinale de notre discipline, cet ouvrage de thèse mérite hommage et reconnaissance.

Pour donner d'abord une idée de la composition et de l'articulation du présent écrit, et en même temps de ce qu'il vise et à quoi il tend, commençons par une description d'ensemble.

Ce que veut faire le candidat, c'est nous convaincre que nous n'en avons pas fini avec l'aporie zénonienne semblant frapper d'impossibilité le passage du temps. Mais il le fait en étant fermement convaincu de la réalité de ce passage, et du besoin que nous avons d'une métaphysique rendant compte ou rendant raison de cette réalité. Sa posture a donc quelque chose de quasi-paradoxal : il se fait l'avocat passionné et subtil d'arguments qui paraissent ruiner quelque chose dont il est par ailleurs un fervent adepte philosophique.

L'enquête qu'il conduit commence par une reconstruction de l'intervention zénonienne : il étudie ce que nous savons de Zénon et du contexte où doivent s'insérer les fameux arguments, et la discussion de ces arguments qui s'est mise en place dès la période antique, en analysant notamment la restitution des arguments et leur(s) réfutation(s) par Aristote. Cette partie conduit à une tentative d'exposition systématique, organisée par un arbre binaire figurant à la page 146, des positions adoptées concernant l'aporie du continu : cette dernière constitue le contexte de l'aporie zénonienne du passage, mais ne s'identifie pas à elle, une telle distinction émergeant comme un des nombreux résultats de cette recherche. L'aporie du continu est, en substance, celle qui s'attache à la possibilité de penser l'être comme multiple si nous assumons la divisibilité indéfinie de toute réalité.

Je n'ai pas la compétence d'histoire de la philosophie ancienne pour juger de l'exactitude du travail historique conduit, mais je crois pouvoir dire en tout cas qu'il est extrêmement clair, et qu'il nous donne une perspective riche et conceptuellement stimulante sur l'arrière plan ontologique et épistémologique des affaires zénoniennes. Deux réponses antiques sont mises en vedette par la reconstruction proposée : 1) celle qui élimine la difficulté en déclarant l'être discret (la réponse "atomiste") ; 2) celle qui assume le continu de l'espace et de la matière, mais qui considère que la composition infinitaire de ceux-ci est seulement "en puissance", et ne soulève donc pas un problème d'inassignabilité (la réponse aristotélicienne).

Dans une deuxième et fort longue partie, le candidat se tourne vers l'état présent du débat relatif aux arguments de Zénon.

Il s'attache d'abord – et c'est à vrai dire son thème majeur – à décrire ce qu'il appelle la "méprise contemporaine", qui consiste à penser supprimer le problème en invoquant l'admission par la mathématique contemporaine de l'infini actuel, ou le concept de série convergente. La thèse examine le bien fondé de ces sortes de réponses à plusieurs niveaux et sous plusieurs angles. On peut, en effet, se placer du point de vue de l'analyse et du commentaire des textes antiques (comme Jonathan Barnes), mais on peut aussi se poser de manière purement logico-mathématique – décontextualisée – la question de la possibilité d'accomplir des "super-tâches" (comme Max Black et James F. Thomson). Enfin, on peut porter le même débat au niveau de la question du temps (peut-être à vrai dire le doit-on).

Pierrot Seban étudie avec beaucoup de précisions ces divers avatars de son problème. La section sur les super-tâches donne à la thèse un œcuménisme bien venu : presque cent pages sont consacrées aux arguments et objections de quelques noms phares de ce secteur de la métaphysique analytique contemporaine. C'est à la faveur de cette étude du débat des super-tâches que le candidat dégage une terminologie classifiante (apparaissant p. 290), opposant d'un côté les possibilistes et les impossiblistes (ceux qui estiment que l'on peut accomplir une super-tâche et ceux qui estiment le contraire), de l'autre côté les incompatibilistes et les compatibilistes (ceux qui estiment que l'impossibilité d'accomplir une super-tâche rend le concept du mouvement intenable et ceux qui estiment le contraire).

Dans sa deuxième partie, également, le candidat discute de la philosophie du temps qui s'associe aux positions prises sur Zénon, et de la possibilité d'une métaphysique du temps satisfaisante en général, en s'appuyant notamment sur un ouvrage de Yuval Dolev. Un des moments forts de la section correspondante est, d'ailleurs, la confrontation des conceptions du temps de Russell, de Bergson et de McTaggart : Pierrot Seban montre de façon convaincante ce que des esprits tout à fait en désaccord sur l'essence du temps et du mouvement peuvent partager dans la structure de leur raisonnement (pour Bergson et Russell, l'idée du mouvement spatial réel est fausse ; pour Russell et McTaggart, la donne originaire du temps est celle de la droite temporelle en son intégralité).

Mais finalement, il en vient à interroger directement le problème au niveau de la mathématique de l'infini. Dans un développement à substance largement historique, il mobilise en vue de la réflexion sur l'infini en acte un certain nombre de distinctions plus ou moins corrélées : entre infini en acte et infini en puissance chez Aristote (l'"en puissance" correspondant ayant ceci d'exceptionnel qu'il ne donne pas lieu à un "en acte"), entre infini catégorématique et infini syncatégorématique, entre totalité distributive et collective, entre infini préalable et infini achevé. Dans ce passage, la thèse aborde aussi Kant, s'intéressant à ce que ce dernier dit de l'éventualité d'un nombre infini dans la *Dissertatio*, et analysant l'infinitisation enveloppée dans la position même de l'idée.

Il ne reste plus alors au candidat qu'à déplacer une dernière fois le terrain de la discussion, en situant la difficulté cette fois au niveau métamathématique. L'idée est de reprocher à la "méprise contemporaine" de ne pas tenir compte de la manière dont la mathématique d'aujourd'hui, par excellence ensembliste, se donne son "infini actuel". Le candidat décrit comment l'infini actuel est introduit par stipulation, typiquement à travers la formulation de la liste des axiomes de ZFC. Que l'infini se trouve "présent" ou "attesté" dans d'hypothétiques multiplicités satisfaisant la stipulation axiomatique, cela s'exprime essentiellement par ceci que nous savons a priori pouvoir installer en celles-ci le déploiement d'objectivité par itération finie de règles de fabrication travaillant à partir d'un socle d'objet primitifs spécifiés. Le jeu de compter avec une telle faune infinitaire n'a donc pas le sens de l'achèvement d'une procédure infinie de construction : il contourne le problème est se plaçant par décret "après" tout l'éventail de futur offert par la procédure de construction. Ces explications elles aussi sont conduites avec clarté et précision, et le lien des considérations fondationnelles avec le problème de Zénon est mis en lumière de manière philosophique : on peut avoir un infini enveloppant l'itération illimitée sur le mode de l'*être fait*, mais cela ne nous donne pas l'achèvement de l'itération illimitée sur le mode du *faire*. Une distinction que Pierrot Seban a mise en avant depuis le début de la thèse, et qui correspond à son intérêt pour la question du passage : l'argument de Zénon semble révéler que le passage du temps, en tant que continu, enveloppe l'achèvement d'un faire illimité, et c'est là que se situe sa "paradoxalité".

La thèse se conclut par une présentation synthétique des diverses réponses à l'aporie zénonienne du passage (essentiellement les réponses *réalistes*, mises en tableau p. 515). Le candidat observe que nous avons effectivement des manières d'échapper à la situation inconfortable où nous plongent la dichotomie et l'Achille, mais, d'une part, il y a un prix ou une difficulté s'associant à chacune d'elles, d'autre part ces réponses constituent collectivement un faisceau comparable à celui – plaisamment mis en évidence par Freud – des discours par lesquels se justifie la personne à qui l'on reproche d'avoir endommagé le chaudron qu'on lui avait prêté.

J'ai voulu résumer le parcours de ce travail pour donner une idée de sa force, de son érudition, de son caractère éclairant et instructif pour beaucoup de lecteurs potentiels.

Cette thèse fait le point, de manière argumentée, en proposant des distinctions et des classifications, sur plusieurs questions importantes. Bien qu'elle porte rigoureusement sur un point conceptuel, elle dégage également les étapes historiques de la constitution d'un certain paysage intellectuel. Notons, ainsi, la proposition de quatre antécédents historiques du débat analytique sur les super-tâches, ou l'étude du rapport à l'infini de la pensée depuis Aristote en passant par les médiévaux.

Les mises au point et analyses supplémentaires proposées dans les annexes sont très intéressantes, et complètent l'exploration des tenants et des aboutissants du problème de Zénon en mettant le projecteur sur tel ou tel élément méthodologique (ainsi l'herméneutique "dialectique", ou la proposition de modèles généraux des réponses possibles à une difficulté), en déterminant la portée de telle enquête singulière (ainsi les analyses de Jean-Claude Milner) ou l'angle d'approche de telle ou telle grande voix (ainsi celles de Descartes et de Kant).

Beaucoup de passages de la thèse font une forte impression philosophique, par la subtilité et la solidité intellectuelle du propos. D'autres passages donnent le sentiment d'être de grandes réussites également, parce qu'ils parviennent à expliquer de manière agréable et lumineuse des matières fort difficiles.

Je considère donc cette thèse comme d'une qualité tout à fait exceptionnelle, par son unité conceptuelle et sa force d'analyse d'un côté, par la quantité considérable de connaissances, de disciplines et de textes qu'elle prend en charge d'un autre côté.

Pour cette raison précisément, je me dois aussi d'engager la discussion avec l'intervention philosophique à laquelle nous faisons face. Je vais donc essayer de poser quelques questions à Pierrot Seban, de lui jeter quelques remarques, tout en reconnaissant avant toute chose la prudence rationnelle qui est la sienne dans ce travail : il ne tente pas une "métaphysique du temps" rendant raison du passage, il se contente de nous faire comprendre pourquoi l'argument de Zénon lance un défi formidable au projet d'une telle théorisation, et pourquoi nos efforts pour relever ce défi depuis plus de vingt siècles n'ont pas fermé le problème ni éteint l'inquiétude de la pensée.

Ma première remarque portera sur le thème du continu. La thèse souligne le fait que l'argument de Zénon repose sur l'infinie divisibilité du temps et de l'espace. Celle-ci elle-même est une des manières dont nous prenons conscience de la présupposition d'un continu de l'espace et du temps, bien que l'infinie divisibilité corresponde techniquement plutôt à la densité (cependant, ceci est dit depuis un modèle mathématique susceptible de n'être pas pertinent). Cet élément du dispositif, nettement présent à la réflexion du candidat, m'inspire deux réactions.

En premier lieu, à lire le travail du candidat, il semble que la difficulté et le débat suscités par l'aporie se tiennent entièrement "avant" la détermination du continu comme connexe, avant la propriété de la borne supérieure : seule la divisibilité infinie est mobilisée. Y a-t-il quelque chose de profond et d'important derrière ? Cela suggère-t-il que l'enjeu est seulement l'infini et pas, proprement, le continu ? Ou la discussion zénonienne est-elle implicitement reliée à une détermination non-cantorienne du continu ?

En second lieu on envisage, à la fin de la thèse, comme une des voies authentiques pour échapper à l'aporie, la possibilité de déterminer a priori le champ des positions et le champ des dates comme discret. Certainement, dans une telle hypothèse, le mouvement se réduirait à une remise à jour de graphes discrets, relevant peut-être d'une description finitaire au niveau local au moins. Pierrot Seban objecte, d'une part, qu’il serait bien étrange que l’argument de Zénon suffît à établir – via un raisonnement par l’absurde – le caractère discret de l’ontologie, d’autre part que cela nous conduirait à regarder a posteriori l’aventure de la physique mathématique comme une longue erreur. Il n’ajoute pas qu’une telle conception du mouvement serait de plus elle aussi inconfortable : nous serions obligés de ramener celui-ci à des sauts indivisibles commutant simultanément le lieu et le temps, une représentation que nous avons bien du mal à assumer il me semble. Le continu n’est-il pas une présupposition de toute narrativité pour nous ?

Ma seconde remarque concerne le motif du transcendantal. La thèse joue à mon sens un jeu complexe et tout à fait intéressant vis-à-vis de ce motif. D’un côté, le candidat joue la carte de l’analyse transcendantale, à plusieurs moments. Il le fait, évidemment, pour réfuter la “résolution” post-russellienne de l’aporie par l’infini actuel et la convergence des séries, en remontant à ce qui constitue le problème comme tel, à un a priori de l’itération indéfinie en tant que *faire* non pris en considération par ces réponses. Mais il le fait aussi en suivant Yuval Dolev, lorsque celui-ci s’attache à dégager une grammaire de notre discours du temps hors de laquelle nos allégations et nos raisonnements perdent tout poids et tout sens. Dans ce dernier passage, Pierrot Seban est tout à fait clair sur le fait que, pour lui, de telles considérations ne devraient pas interdire toute métaphysique (du temps, notamment). On comprend donc en filigrane qu’il désire une pratique de la métaphysique assumant les enseignements transcendantaux concernant nos conditions d’accès aux termes des problèmes, notre compréhension originaire de ceux-ci. Il me semble néanmoins que, d’une troisième manière, il n’envisage pas véritablement le point de vue kantien sur le temps, faisant de celui-ci, comme forme a priori de la sensibilité interne, quelque chose dans quoi tout passe pour nous mais qui soi-même ne passe pas. L’aporie n’est-elle pas liée à un point de vue selon lequel la structure du temps comme cadre doit être en même temps ce qui se “réalise” dans un faire qui serait le faire originaire du monde ? La conception russellienne évoquée dans la thèse soutient elle aussi que le temps ne passe pas, mais sans alléguer le plan du transcendantal. La vision kantienne de l’affaire temporelle n’offrait-t-elle pas la possibilité d’une compréhension plus complète de l’aporie et de ses traitements ?

Troisième observation, à vrai dire en recouvrement partiel avec ce qui précède. J’ai été impressionné par la qualité de l’analyse du “paradoxe de McTaggart”. L’exposé donné de sa pensée, avec les séries A et B et leur intrication, est d’une clarté remarquable. Le candidat tend à conclure qu’assumer le devenir sur le mode ontologique nous force à accorder une certaine validité à quelque chose comme la “logique de la contradiction”. Une telle opinion est évidemment très vraisemblable si l’on considère que la pensée dialectique, de fait, allègue le devenir comme ce qui la motive et la justifie. Si l’on se place dans le cadre de McTaggart, il me semble que le point décisif est la reconnaissance que la série B présuppose la série A et renvoie à elle : lorsque je dis que *t’* est ultérieur à *t*, cela équivaut à dire que *t’* est susceptible d’être dans le futur de *t*, ou que *t* est susceptible d’être dans le passé de *t’*. Et, comme le dit Pierrot Seban, cette équivalence fait partie de notre compréhension de la signification des relations de temporalité. Mais la dépendance invoquée n’est-elle pas bilatérale ? Lorsque je dis que *t’* est susceptible d’être dans le futur de *t*, le modal exprimé revient à un ‘si je m’imagine situé en *t* sur la droite temporelle’ : or “la droite temporelle”, c’est justement la série B si je comprends bien. On rejoint plus ou moins un autre moment du raisonnement du candidat : celui où, utilisant une allégorie du train raté, il refuse d’écraser la possibilité que j’arrive à l’heure “dans le feu de l’action” au nom de l’installation dans le verdict d’après-coup selon lequel je suis arrivé trop tard (verdict qui prend aussitôt la coloration du nécessaire). La difficulté me semble liée au transcendantal, encore une fois.

Si l'on concède à Kant son esthétique transcendantale, nous ne pouvons pas ne pas situer toute ponctualité interne dans le référentiel de la forme a priori temps. Ce qui revient à dire que la série B, non pas en tant que synthèse ontologique de l'éternité, mais en temps que cadre, est toujours présupposée. De fait, il semble indéniable que nous situons en elle tout ce que nous vivons et qui relève de la série A ; et il est difficilement contestable que cela détermine une dimension essentielle de la signification de notre discours de la temporalité. Mais pour arriver à l'inconsistance de McTaggart, il faut estimer que nous ne pouvons éviter d'envisager la série B en même temps comme l'accomplissement réel du pouvoir de passage, de précession et d'anticipation de la temporalité : une effectuation qui, dans certaines versions de cette pensée, est à la charge non pas seulement de ce que j'appelais plus haut le faire du monde, mais même de notre faire humain. Ma troisième remarque pose donc de nouveau la question du transcendantal : dès que nous voulons envisager la possibilité de situer notre insertion dans le temps ici ou là, nous devons accepter une autre sorte de modalité que la modalité liée à notre intervention située dans le monde en devenir, une modalité qui, je crois, correspond aux mondes possibles de la rationalité physique.

Quelques mots, pour finir, prenant leur inspiration dans la partie concernant les "super-tâches". Le traitement donné par le candidat est de haute qualité parce que, simultanément :

1) Il ne perd pas le fil de la mise en évidence de son "principe d'achevabilité", et nous montre, à vrai dire, que dans la tradition analytique aussi on en est venu à voir qu'achever une itération indéfinie et se donner un après pour un tel progrès sans limite ne sont pas la même chose (c'est ce que me semble révéler la discussion sur le *résultat* des supertâches).

2) Il met en lumière la finesse et la profondeur du débat qui a eu lieu : pas seulement en dégageant les notions de positions possibilistes et impossibilistes d'une part, compatibilistes et incompatibislistes d'autre part. Il montre par exemple comment le débat sur la notion de résultat d'une série infinie, évoqué à l'instant, conduit à dégager les principes de connectabilité et de continuité (chez Dolev). Le passage sur la lampe de Thompson et l'hypothèse que son résultat est une activation de 1/2 est à cet égard très éclairant.

Les commentaires du candidat dégagent très bien la difficulté qu'il y a à "comprendre" dans sa cohérence ce qui semble être le résultat du supposé achèvement d'une itération infinie (comme dans le cas du problème de Ross où, partant d'un tas de 10 billes numérotées de 0 à 9, on arrive à épuiser ce tas au moyen d'une procédure infinie qui pourtant l'incrémente à chaque étape).

En lisant ce passage de la thèse, on peut en venir à penser à une conception de Cavaillès, que dégage et met en avant Pierre Cassou-Noguès, par exemple dans *De l'expérience mathématique*, en la tirant de l'article « Transfini et continu » : la conception selon laquelle l'agent des mathématiques est éventuellement redéfini par les règles de l'espace théorique promu par lui. Cavaillès, traitant précisément de la temporalité de notre expérience mathématique, conteste que Brouwer soit fondé à limiter a priori notre agir à la synthèse constructive finitaire : le dévoilement théorique des ordinaux transfinis par nous élargit à ses yeux notre conception de la praxis et de la temporalité mathématique, légitimant la figure d'un "compter jusqu'à l'infini". Dire ce genre de choses, cela revient à plaider que toutes nos considérations sont appelées à être en dernière instance relogées dans le référentiel de l'objectivité mathématique infinitaire, que ce référentiel vaut par principe comme maison du sens mathématique en quelque sorte.

Or ce que Pierrot Seban appelle aporie du passage réside précisément dans le refus d'une telle attitude : une attitude que l'on retrouve fréquemment dans le milieu de la philosophie analytique des mathématiques tout aussi bien (il me semble notamment que le *Foundations without foundationalism* de Shapiro va dans le même sens). Et les apories du résultat évoquées tout à l'heure ne correspondent-elles pas à la tentative de replacer le procès itératif illimité dans un lieu infinitaire qui aurait été le sien depuis le début, à son insu peut-être ?

Ce qui amène à se demander s'il n'aurait pas été possible de commenter le débat sur les supertâches en utilisant plus explicitement ce fil conducteur, en faisant apparaître comme telle cette attitude dans les interventions des uns et des autres (ainsi que les moments de résistance à celle-ci, tout aussi bien) ? Je reconnais, cela dit, que c'est à certains égards exactement ce que fait la thèse.

Ces quelques observations sont très insuffisantes à refléter la richesse de la thèse qui vient aujourd'hui à soutenance. Elle étudie un très grand nombre d'auteurs, de débats, de notions, elle apporte des mises au point sur beaucoup de sujets. Parfois, Pierrot Seban, en marge de la poursuite par lui de sa réflexion centrale, met la main sur un élément imprévu et rare, qui nous donne à penser et qui élargit notre monde intellectuel : ainsi la colonne de Buridan, la recherche par Milner de la source littéraire pour l'Achille et pour la Flèche, ou le vase de la Villa Giulia à Rome montrant Achille ayant enfin dépassé la tortue.

Cette thèse, qui discute et analyse un problème difficile et profond, croisant métaphysique, mathématique et épistémologie, mobilisant des ressources sophistiquées d'histoire de la philosophie, réussit par surcroît à se présenter comme un voyage ayant bien des charmes. Nous avons à mon sens toutes les raisons de saluer aujourd'hui un travail si sérieux et d'une telle ampleur, et d'encourager son jeune auteur à persévérer sur la voie de la philosophie, pour le plus grand bien de notre communauté. »

Marwan Rashed prend ensuite la parole et s'exprime ainsi :

« La thèse soumise à notre jugement par M. Pierrot Seban (ci-après : PS) est exceptionnelle à plus d'un titre. Supérieurement écrite, à tous les sens du terme – c'est une thèse sans coquille (ou presque … cf. p. 245 « celui Aristote », p. 579 « l'analyse trois versions ») et un chef-d'œuvre de style sobre –, elle est parvenue (de manière assurément très zénonienne) à concilier les opposés sans jamais tourner à l'exercice de style. La plus grande ambition l'anime, puisqu'elle se fixe la gageure de prendre à rebrousse-poil l'orthodoxie contemporaine des lectures « ensemblistes » de Zénon, mais elle sait aussi mettre en œuvre la vertu de modestie, en disséquant les arguments, dans un souci pointilliste qui n'épargne pas toujours les nerfs du lecteur pressé d'atteindre la cible. Solidement historique, elle est aussi anti-archéologique, s'arrêtant là où, pour citer Nietzsche, l'« histoire antiquaire » voudrait commencer. Thèse sérieuse, au sens où les règles et la déontologie de la prose académique y sont scrupuleusement respectées, c'est aussi, ce qui est plus rare, une thèse innervée par un humour discret. En ce sens, PS se montre un digne émule de Zénon, lui aussi un maître de l'humour sérieux. Les « *Remerciements* » en début de thèse sont sans doute les plus beaux qu'il m'ait été donné de lire et la sensibilité qui les habite ne se dément jamais au cours des 639 pages qui leur font suite.

Je n'aurai rien à redire à la forme du travail, perfection *sui generis*[1]. Lorsque ce qui est déjà un maître-livre sera publié – car il doit l'être – il faudra élaguer (peut-être en réfléchissant à la possibilité de publier quelques articles). Personnellement, mais cela n'engage que moi, je trouve lassante l'écriture masculin-féminin systématique et c'est le seul point où j'ai trouvé l'auteur manquer quelque peu d'humour.

Mais venons-en aux choses sérieuses. Je voudrais tout d'abord saluer, et que cela soit dit une fois pour toutes, la puissance des analyses historiques de PS. À la différence de maints philosophes d'aujourd'hui, PS sait convoquer l'histoire de manière judicieuse. Aussi la présentation historique du « cas Zénon » s'appuie-t-elle sur de bons ouvrages et est-elle dans l'ensemble très bien menée. Ce n'est pas un mince mérite lorsque les données sont d'interprétation si délicate. Je n'ennuierai pas l'assistance en proposant quelque chose comme un relevé des points où l'on pourrait ajouter tel élément d'information, nuancer telle affirmation, proposer telle autre lecture, voire révoquer en doute tel détail de l'analyse. J'essaierai plutôt, puisque c'est la règle du jeu bref auquel nous nous livrons aujourd'hui, d'aller *via* l'histoire à l'essentiel. Il s'agira donc moins, dans la suite de mon exposé, de critiques, que d'une façon d'engager, avec PS, une partie philosophique, avec ouverture historique.

Le meilleur point de départ nous est fourni par Platon. Si l'opposition dressée aux p. 20-26 de la thèse entre le témoignage biographique du *Parménide* (1.2.1) et celui de Diogène Laërce (1.2.2.) est certes sérieux, j'oserais suggérer qu'il l'est trop. PS remarque que si nous en croyons Platon, une vingtaine d'années seulement séparaient Parménide de Zénon, alors que si nous suivons Diogène, apparemment plus fiable, les deux Éléates auraient eu une quarantaine d'années d'écart (p. 26, n. 15). Comment expliquer les choses ? Un premier élément d'explication, que je laisse pour l'instant en suspens mais sur lequel je reviendrai à la fin de mon intervention, est que le prologue du *Parménide* est plein d'allusions à Anaxagore. Platon fait donc en sorte que nous comprenions que la discussion qui va suivre est dirigée contre ce philosophe. Ensuite, il convient de prêter attention aux lignes où l'âge des deux Éléates est présenté, 127B1-6. Il faut ici faire attention à la lettre du grec : τὸν μὲν οὖν Παρμενίδην εὖ μάλα ἤδη πρεσβύτην εἶναι, σφόδρα πολιόν, καλὸν δὲ κἀγαθὸν τὴν ὄψιν, περὶ ἔτη μάλιστα πέντε καὶ ἑξήκοντα· Ζήνωνα δὲ ἐγγὺς τῶν τετταράκοντα τότε εἶναι, εὐμήκη δὲ καὶ χαρίεντα ἰδεῖν, καὶ λέγεσθαι αὐτὸν παιδικὰ τοῦ Παρμενίδου γεγονέναι. Je traduis : « Parménide était vraiment déjà très vieux, les cheveux tout blancs, mais il avait fort belle apparence ; il avait autour d'exactement soixante-cinq ans ; Zénon, quant à lui, était alors proche de quarante, bel homme de belle taille ; on dit qu'il avait été l'aimé de Parménide ». Or, Platon connaissait au moins aussi bien que Diogène la chronologie de ses prédécesseurs. S'il ne l'a pas respectée, c'est sans doute, comme le pressent d'ailleurs PS, parce que, comme à son habitude, il a dissimulé, dans ce jeu narratologique, une espièglerie philosophiquement signifiante. Bien qu'elle n'ait été vue par personne, je vous soumets l'hypothèse suivante, encore inédite. Vous remarquerez, tout d'abord, que le champ lexical de l'approximation sature le passage (εὖ μάλα ἤδη, περὶ … μάλιστα, ἐγγύς) ; vous remarquerez aussi l'épithète attribuée à Zénon : celui-ci est εὐμήκης, que j'ai traduit « de belle taille » mais qui, mot-à-mot, signifie « de bonne longueur », ce qui renvoie le lecteur à des questions métriques. Avec l'approximation et la métrique, tout est en place pour le jeu platonicien. Supposons que Parménide ait à peine moins de 65 ans et que Zénon ait à peine plus de 40 ans. En terminologie décimale, prêtons-leur respectivement 64,9 et 40,1 ans.

[1] On corrigera cependant, p. 4, l'explication du gallo-grec « dichotomie » par « division en deux moitiés égales », d'abord parce que le terme, comme PS le sait, ne contient pas l'idée de moitié, et ensuite parce que la redondance choque, deux moitiés ne pouvant manquer d'être égales).

Calculons le rapport, le λόγος, de 649 à 401 : nous obtenons 1,6184…. Soit, identique jusqu'à la troisième décimale incluse, ce qu'on a appelé beaucoup plus tard le « *Nombre d'Or* » = 1,6180… Est-ce un hasard ? Évidemment pas. Platon suggère, à son lecteur attentif choqué par l'aberration biographique, qu'il faudra lire mathématiquement le *Parménide*, c'est-à-dire y déceler, sous la parodie de l'éristique mégarique, la question des irrationnelles qui, dès l'époque, s'identifie chez Platon à la question de l'anthyphérèse, soit l'équivalent « euclidien » de la théorie moderne des fractions continues. Et si, dans un tel contexte, le Nombre d'Or a valeur de paradigme, c'est parce que c'est la fraction continue la plus simple, « suite de Fibonacci » ne faisant intervenir que l'unité dans son développement. À cette lumière, la description de Zénon comme « de bonne longueur » prend évidemment tout son sens. Quelle meilleure longueur, en effet, que celle qui exhibe, dans son rapport à une autre, le rapport de la section de la ligne en extrême et moyenne raison (Euclide, *Él.* VI, déf. 3) ?

PS est évidemment assez au fait des interprétations concurrentes de la sienne pour saisir qu'un tel indice pourrait suggérer de lire Zénon d'une manière qui n'est pas exactement la sienne, mais qui se rapproche de celle de Jules Vuillemin. Il est un peu étonnant, de ce point de vue, que le dernier ouvrage de ce dernier, *Mathématiques Pythagoriciennes et Platoniciennes* (2001), ne figure pas dans la bibliographie. Si l'on voulait d'ailleurs réfléchir sur la question des procédés récursifs chez les Grecs, ce livre était plus riche, et plus *juste*, que les sources convoquées dans la thèse[2]. La n. 13, p. 83, en dépit du coup de chapeau à Vuillemin, le congédie sans autre forme de procès.

L'évacuation de l'interprétation mathématique de Zénon, au profit d'une interprétation non seulement physique, mais même « fluxiste » ou, pour risquer un néologisme, « passagiste », a pour conséquence un ton grand-seigneur (assez rare sous la plume de PS pour être souligné) dès lors qu'il est question de savoir si Zénon répondait, ou non, à des Pythagoriciens. Entendons-nous bien : le problème ne relève pas de l'« histoire antiquaire » déjà mentionnée. Si en effet il devait s'avérer que Zénon répondait aux Pythagoriciens, à des Pythagoriciens venant de découvrir l'incommensurabilité de certaines grandeurs, il faudra en conclure que Zénon cherche à montrer, à partir de cette nouvelle prémisse, et de la nouvelle métrique du continu qu'elle entraîne, le caractère contradictoire de la pluralité.

Cette concentration sur la nouvelle métrique, à son tour, aurait un impact sur notre compréhension des témoignages zénoniens. On peut repartir d'un point que PS ne tranche jamais vraiment, mais qui le gêne (on sent, à la lecture, qu'il ne sait trop qu'en faire) : le parallèle un peu bancal entre l'argument de la Flèche et l'argument métrique attribué à Diodore Kronos (la Flèche est d'ailleurs l'objet d'un oubli significatif p. 159 : « il n'y a qu'un seul des quatre arguments qui ait pour objet explicite l'inexistence ou l'impossibilité du mouvement, et il s'agit de celui qui procède par la dichotomie » [*sic*]). Dans l'annexe D, qui honore le présent rapporteur d'une réfutation, PS écrit (p. 552, n. 8) : « Rashed, à la suite de Vuillemin, semble identifier la Flèche avec l'argument (possiblement diodoréen) énonçant que le mobile ne se meut ni là où il est ni là où il n'est pas. Cela l'amène à formuler le problème en termes de portion de l'étendue plutôt que d'éléments du temps (la Flèche qui se déplace est (toujours)

[2] un mot sur ce point : PS, induit en erreur par la médiocrité de ses sources sur cette question, ne comprend pas que le problème historique de l'induction complète ne doit pas être posé en termes de texte rare, mais en termes de structure mathématique – ce qui est beaucoup plus difficile, mais beaucoup plus philosophique – ; faute de quoi l'on disputera d'étiquettes, l'on s'opposera des textes non contextualisés, du *Parménide* par exemple, sans comprendre ce qu'implique le jeu du Même et de l'Autre qu'un regard épistémologique (au sens français bien sûr), assez sûr peut distinguer, entre Peano et Pascal, Pascal et Samaw'al, Samaw'al et Karaji, Karaji et Platon.

immobile, parce qu'elle est toujours [= universellement, pour tout *maintenant*] dans un (espace) égal ». Deux réponses :

– (1) « Rashed […] semble identifier la Flèche avec l'argument (possiblement diodoréen) etc. ». Le « semble » est ici déplacé. Je *l'identifie* à l'argument que PS, suivant l'orthodoxie historique, attribue à Diodore.

– (2) « Rashed, à la suite de Vuillemin ». Si PS avait lu ce que j'écris avec assez d'attention, il n'aurait pu manquer de voir que je ne me place pas dans la suite de Vuillemin, mais de Zénon. J'ai en effet fondé une telle reconstruction sur ma découverte de portions du commentaire perdu d'Alexandre d'Aphrodise à la *Physique* dans les marges du manuscrit *Parisinus Supplément Grec* 643, copié à Byzance à l'époque paléologue. Or, le texte d'Alexandre est antérieur de plusieurs siècles à celui, déjà corrompu, de l'archétype de la tradition directe. On peut au surplus montrer que le second témoin par ordre d'ancienneté, la paraphrase de Thémistius, a lui aussi le texte que lisait Alexandre. Bref, les deux sources manuscrites les plus vénérables s'accordent. Le texte généralement reçu de la Flèche résulte par conséquent d'une altération du texte authentique d'Aristote.

La corruption introduite par un copiste antique dans la citation de la Flèche qu'on trouve dans la *Physique* a eu pour effet de prêter à Zénon l'introduction du temps, sous la forme du νῦν, dans l'argument. Une fois le texte amendé, on se rend compte que Zénon se contentait d'un argument purement métrique et que c'est Aristote qui, pour dénouer l'aporie, faisait appel au νῦν. Pour résumer, Zénon disait qu'à tout moment de son parcours, la Flèche est exactement là où elle est et que la chose qui se trouve là où elle est ne se meut pas dans le lieu où elle est, puisque son lieu est, si l'on peut dire, trop étroit pour qu'elle puisse s'y mouvoir. Aristote répondait que c'est seulement dans le présent, ou l'instant (n'entrons pas dans les débats sur le sens de νῦν en ce passage) que le mobile se trouve là où il se trouve exactement, mais que le νῦν n'est lui-même qu'une limite d'un temps, et non un temps. L'argument de Zénon est donc invalide, en ce qu'il confond limite de temps et partie de temps. Bref, ce que les historiens de Zénon ne semblent pas avoir bien saisi est (1) qu'aucune aporie de Zénon, *pas même la Flèche*, n'introduit le temps ; elles sont toutes purement métriques ; et (2) que c'est Aristote qui introduit le temps, non pas pour gloser innocemment Zénon, mais pour le *détruire*. Une fois la Flèche reconstituée, l'image d'un Zénon « passagiste » est donc plus difficile à soutenir : le philosophe d'Élée ne mentionne jamais l'instant de passage, le temps, bien au contraire : il détemporalise le mouvement.

On peut même aller plus loin : tout l'arsenal de Zénon consiste à réfuter une doctrine postulant deux métriques différentes pour l'espace et le mouvement. La configuration théorique est celle qui met aux prises le Leibniz de 1671, dans la *Theoria motus abstracti* (A VI, II, 265.24-29) avec les tenants d'un archimédisme strict des grandeurs – de *toutes* les grandeurs – : « Unum corporis moti punctum tempore conatus seu minore quam quod dari potest est in pluribus locis seu punctis spatii, id est implebit partem spatii se majorem, vel majorem quam implet quiescens, aut tardius motum, aut conans in unam tantum plagam ; attamen et ipsam inassignabilem seu in puncto consistentem quamquam puncti corporis (vel puncti spatii quod implet quiescens) ea sit ratio ad punctum spatii quod implet motu, quae est anguli contactus a rectilineum, seu puncti ad lineam ». Je traduis : « Un seul point du mouvement du corps durant le temps du *conatus*, soit un temps plus petit que celui qui peut être donné, est dans plusieurs lieux, ou points d'espace, c'est-à-dire emplira une partie d'espace plus grande que lui, ou plus grande que celle qu'il emplit lorsqu'il est au repos ou mû d'un mouvement plus lent, ou lorsque son *conatus* ne se déploie qu'en une unique impulsion ; cependant, cette partie aussi est inassignable : elle consiste en un point, quand bien même le rapport d'un point du corps (ou d'un point de l'espace qu'il emplit lorsqu'il est au repos) au point d'espace qu'il emplit par son mouvement est celui de l'angle de contact à l'angle rectiligne, c'est-à-dire celui du point à la ligne ». Le geste théorique de Zénon consiste à opposer à cette entorse à l'archimédisme des grandeurs un archimédisme strict de l'espace *et* du mouvement. Celui d'Aristote consistera à objecter qu'il faut, à ces deux archimédismes, en ajouter un troisième : celui des temps. On doit appliquer aux grandeurs temporelles, dit Aristote, la même topologie qu'aux grandeurs spatiales et aux grandeurs cinétiques.

Si tout cela a quelque pertinence, il semble que l'on puisse généraliser et compléter les très belles analyses de PS peut-être trop concentrées sur l'argument de la Dichotomie. PS passe vite sur la possibilité d'une organisation des quatre arguments mentionnés par Aristote (au lieu de donner des *satisfecit* stylistiques à la traduction de Laks et Most, p. 162, il serait plus avisé de discuter l'apparat critique du texte grec, en sorte de savoir s'il faut éditer λόγοι ou οἱ λόγοι, question qui demeure dans l'ombre). PS n'ignore bien sûr pas que l'on y a reconnu, depuis plus d'un siècle, une double symétrie croisée. Deux arguments (la dichotomie et l'Achille) portent contre le continuisme, deux autres (la Flèche et le Stade) contre l'atomisme ; deux arguments (la dichotomie et la Flèche) manipulent un seul mobile, deux autres (l'Achille et le Stade) en font intervenir deux. Cette réduction de l'entreprise de Zénon à la Dichotomie (et, trivialement, à l'Achille, conçu comme structurellement identique à la Dichotomie), à la polémique anti-continuiste donc, facilitait la mise au premier plan de la question de l'inachevabilité. Celle-ci est décisive dans la Dichotomie, mais ne joue aucun rôle dans la Flèche, pour nous en tenir aux deux arguments à un seul mobile. La reconstruction globale de la stratégie de Zénon montre cependant ce qui distingue, philosophiquement, PS de l'Éléate : une fois la Flèche soustraite à la philosophie du temps, on peut émettre l'hypothèse que Zénon ne fait intervenir que la métrique de l'espace, qu'il appuie donc sa critique sur le seul continu mathématique – et que donc, en retour, l'ensemble des quatre arguments de Physique VI 9 sont des arguments portant sur le continu mathématique sous-jacent aux doctrines contemporaines de l'irrationalité.

Toute la question est dès lors de savoir bien distinguer, au plan historique, deux façons radicalement différentes d'échapper, comme PS le montre à l'envi, au mathématisme ensembliste des suites et des séries convergentes. Le premier réflexe, qui ne semble guère vraiment intéresser PS, est de faire appel aux grandeurs non-archimédiennes pour appuyer une révocation en doute de la Dichotomie et de l'Achille. Ce sera la stratégie de Leibniz encore en 1671, avant la remise à plat opérée par le *Pacidius Philalethi* à l'automne 1676.

Mais c'est la seconde issue qui intéresse PS. Elle s'entoure cependant, dans la tradition exégétique dont PS hérite pour son malheur, d'une certaine confusion. Une fois refusée l'issue non-archimédienne et réaffirmés les droits intuitifs – pour reprendre une épithète revenant souvent sous la plume de PS – du « passage », quelle solution adopter ? Pour répondre à cette dernière question, il faut revenir à l'histoire philosophico-nosologique des crises des fondements. PS, p. 244 sq., cite un texte capital de Hermann Weyl et commet, à ce propos, deux inexactitudes historiques très significatives quant au « point aveugle » de sa thèse. Première inexactitude historique : « Hermann Weyl, écrivant juste avant que ne se lance le débat sur les tâches dans la revue *Analysis*, etc. ». C'est oublier que la version anglaise à laquelle il est fait référence, et qui certes remonte quant à elle à 1949, n'est que la *traduction* de la version originale *allemande*, parue dans le *Handbuch der Philosophie*, Munich/Berlin, en 1927. Le contexte n'est donc pas celui de l'émergence du débat scolastique des *supertasks*, mais de la première réception de Brouwer en Allemagne et en particulier de l'accueil très favorable que Hermann Weyl lui-même réserve à l'intuitionnisme du mathématicien hollandais.

Dès lors, et ce sera la seconde inexactitude, il faut y regarder à deux fois avant de faire de Weyl, en ces lignes, un « aristotélicien ». PS écrit, p. 245 : « Il est remarquable ici que Weyl ait, plus de 2000 plus tard, un réflexe identique à celui d'Aristote (qu'il peut cependant avoir en tête, quoiqu'il ne le cite pas) ». Ici, il faut pourtant choisir de manière beaucoup plus ferme et assurée. Soit Weyl, comme tout l'indique (le contexte d'écriture, et ses propres conceptions mathématiques), est ici intuitionniste et on ne peut le rapprocher de but en blanc du conceptualisme aristotélicien, pour me placer (ici !) dans la suite de Vuillemin. Soit Weyl est aristotélicien, et il faut expliquer pourquoi l'intuitionnisme de Brouwer et de Weyl n'est pas un simple recyclage de la doctrine aristotélicienne de l'infini potentiel. Je précise que je ne dis pas tout cela comme une critique sévère, car les historiens n'ont jamais compris ce qui se passait ici, mais comme une critique quand même, car je trouve PS moins ferme que d'habitude, sur un point qui eût pourtant exigé la plus grande rigueur. Avec Weyl, de fait, le flou ne pardonne pas. Pour tout dire, PS a manqué l'allusion weylienne qui prouve que le grand mathématicien ne pensait pas à Aristote, mais à Anaxagore (qu'il cite d'ailleurs nommément dans le même ouvrage) en évoquant l'« *unvollendbar* ». Cette allusion, pour qui sait lire, apparaît dans la phrase « Cependant, si le segment de longueur 1 consiste réellement en un nombre infini de sous-segments de longueur 1/2, 1/4, 1/8 …, comme des touts coupés à la hache, alors il est incompatible avec le caractère de l'infini comme “inachevable”, qu'Achille ait pu les traverser tous ». Dois-je rappeler le fragment 8 D.-K. d'Anaxagore ? « Les choses n'existent pas séparément dans l'unité du monde, et elles ne sont pas davantage séparées d'un coup de hache » (οὐ κεχώρισται ἀλλήλων τὰ ἐν τῷ κόσμῳ <u>οὐδὲ ἀποκέκοπται πελέκει</u>). Weyl voyant en Anaxagore de Clazomène le premier philosophe « intuitionniste », la mention de la séparation à la hache est une allusion fulgurante, et limpide pour qui connaît *ses Fragmente der Vorsokratiker*, à une façon anaxagoréenne d'échapper à la Dichotomie. Anaxagoréenne, c'est-à-dire bien sûr, pour Weyl, intuitionniste.

Revenons maintenant au *Parménide*, et relisons sa première phrase. Il est notoire (cf. M. Burnyeat, « First Words », in *Proceedings of the Cambridge Philological Association*) que Platon fait presque systématiquement figurer, dans la première phrase d'apparence anecdotique, contingente, des dialogues, le sujet profond dont il va être question. Au début du *Parménide*, il écrit (126A) : « Quand nous fûmes entrés dans Athènes, venant de notre Clazomène ». Nul n'est si balourd qu'il n'aura reconnu là une allusion à Anaxagore de Clazomène. Le jeu, quelques lignes plus bas dans l'introduction, sur Antiphon, le *demi*-frère de Glaucon et Adimante, donc de Platon, constitue une allusion plaisante, sur le mode drolatique, au rejet anaxagoréen du principe de tiers-exclu, attesté par Aristote au chapitre 7 du livre *Gamma* de la *Métaphysique* : le demi-frère n'est ni frère ni non-frère. Ma thèse personnelle est que c'est bien la question intuitionniste du tiers-exclu qui sera l'objet nodal de la dialectique affirmative-négative du *Parménide*. Rappelez-vous un passage que vous commentez bien au début de votre thèse : Zénon n'ose pas affirmer que contredire les contradicteurs de Parménide reviendrait à établir la thèse de Parménide. Vous comprenez dorénavant la raison profonde de cette remarque sibylline : il ne s'agit pas d'une coquetterie de Zénon, mais de l'énoncé du fait qu'il sait dialectiquement invalide, face à des adversaires niant la validité du principe de bivalence, d'y recourir. Il ne conclura donc pas de non-non-*P* à *P*.

Je me suis demandé pourquoi l'intuitionnisme était si peu présent dans le travail de PS. Pourquoi faire remonter l'intuitionnisme à Brouwer ? Si PS avait des réserves sur l'extension, par Jules Vuillemin, de la catégorie philosophique de l'intuitionnisme, déjà appliquée par Yvon Belaval à Descartes, aussi à Epicure et à Kant, donc potentiellement à la philosophie antique, donc à Anaxagore, il aurait fallu le dire, même rapidement. Si, par rigorisme, c'était l'idée même d'intuitionnisme philosophique qui faisait l'objet de soupçon ou de doute, il fallait aussi s'en expliquer. S'il s'agissait de réserves quant à la possibilité de parler d'intuitionnisme avant Brouwer, il s'agirait d'une ignorance, à vrai dire communément partagée, de l'histoire des mathématiques arabes. Si, enfin, la position intuitionniste est jugée caduque parce qu'avantageusement remplacée par le métaconstructivisme de Jean-Michel Salanskis, qui fournit à PS la substance de son dixième et dernier chapitre, cela aussi aurait mérité d'être dûment signalé. De ce point de vue, PS, et je finirai sur cette question, à mes yeux centrale, n'a-t-il pas été victime d'une erreur de perspective due au fait, à mon avis contingent, que dans le débat moderne sur la « crise des fondements », l'intuitionnisme fait suite à l'actualisme ensembliste du platonisme ? Il n'y a rien, dans cette succession, de proprement nécessaire. On peut en effet montrer que lors de la première « crise des fondements » de l'histoire des mathématiques, celle du V$^{\text{ème}}$ siècle av. J.-C., le platonisme *succède*, avec toute la force du paradoxe, à l'intuitionnisme. Pour le dire très simplement, est-ce un hasard si aussi bien le platonisme que l'intuitionnisme sont des systèmes de l'intuition, du *regard* ? Le platonisme de Platon ne se comprend-il pas dès lors précisément, lui aussi, comme un acte d'affirmation du transcendantal conçu comme horizon du constructible ? Qu'est-ce que l'Idée, sinon la limite transcendantale formant pour nous l'horizon de l'itération de ses réduites (d'où le jeu sur la « réduite » du Nombre d'Or exprimé par la différence d'âge entre Parménide et Zénon) ? Tout le combat de Platon contre le formalisme d'Eudoxe et l'anticipation par ce dernier de la coupure de Dedekind, en faveur d'une existence théététienne forte de l'irrationnelle au moins quadratique, c'est-à-dire constructible avec les moyens de l'époque par anthyphérèse, n'est-il pas, en ce sens précis, l'application d'un programme précis ? Je serais intéressé d'avoir la réponse de PS sur ce point.

Voilà donc quelques remarques historiques suscitées par le travail de PS. Avant d'entendre les réactions de PS, je tiens à souligner l'éminence quasi-transcendantale elle-même de ce travail. La philosophie y est pratiquée, sur 600 pages, à son plus niveau. L'intelligence et la finesse laissent le lecteur pantois. Le style est étincelant. La maturité est simplement inouïe pour quelqu'un d'aussi jeune. Je voudrais exprimer mon immense admiration pour ce qui m'est moins apparu, à la lecture, comme une thèse de doctorat que comme l'ouvrage magistral d'un éminent collègue. J'espère de tout cœur que ce livre de très haut vol vaudra à son auteur d'obtenir la position qu'il mérite dans le monde académique. »

Ali Benmakhlouf prend ensuite la parole et s'exprime ainsi :

« C'est une thèse remarquable à plus d'un titre et qui mobilise de nombreux types de connaissances : philologiques, philosophiques, mathématiques, et ce pour revisiter le problème ou les problèmes de Zénon pour dire qu'aucune des solutions proposées par le passé (j'inclus dans le passé, la philosophie du XXe siècle) n'est satisfaisante en raison d'une inattention à la notion de passage et en raison d'une substitution hâtive de la notion d'infini à celle de « toujours ».

C'est donc à partir de la notion de passage que vous menez une analyse extrêmement riche. Vous faite la revue de tous les livres et articles qui ont prétendu, sinon résoudre l'aporie ou les apories de Zénon, au moins en déplacer les enjeux pour la rendre, les rendre, compréhensible(s).

Vous mettez en avant que le « toujours » de Zénon n'est pas « l'infini ». Sur cette base, vous parvenez à rattacher le « toujours » à une itération (p.233). C'est dans ce cadre, que vous convoquez Aristote pour mettre en place un infini syncatégorématique : celui dont le parcours est inachevé, celui qui est divisible indéfiniment sans l'être en acte, de manière exacte. L'inachevable naît de là. On peut aussi l'appeler l'inexhaustible. Hermann Weyl s'inscrit pour vous dans ce sillage, car il réanime l'infini potentiel. P.245, vous le citez et vous dites qu'il est elliptique et qu'il doit penser à Aristote, sans le citer. Permettez-moi de faire deux remarques à ce sujet :

1° d'abord une remarque bibliographique : j'ai été étonné que vous ne citiez de Weyl que la traduction récente « *Philosophie des mathématiques et des sciences naturelles* », faite par Carlos Lobo en 2017. Je tiens à vous signaler la traduction des écrits de Hermann Weyl par Jean Largeault, écrits regroupés sous l'intitulé « *Le continu et autres écrits* », paru dans la collection Mathesis, Vrin, 1994. Dans ces textes réunis par Largeault, datant des années 1918 à 1931 pour les questions relatives au continu et à l'infini, Weyl est bien plus explicite que dans le texte que vous citez. Le contexte est celui de l'exposition des mathématiques de Brouwer. Il revient sur le paradoxe de Zénon et cite de fait Aristote (Les degrés de l'infini, 1931). De quoi s'agit-il ? Weyl y liquide comme dans le texte que vous citez la question de la division en acte, exactement dans les mêmes termes que dans le texte que vous mentionnez : l'analyse est faire à partir d'une hypothétique. *«* Si *le segment de longueur 1 consiste réellement en un nombre infini de sous segments ½, 1/4, 1/8, comme des touts coupés à la hache,* alors *il est incompatible avec le caractère de l'infini comme inachevable* » et on ne voit pas pourquoi une machine ne ferait pas le travail de la découpe. Je vous invite à reprendre cet exemple à partir de ces textes de Weyl et de souligner l'aspect conditionnel de Weyl. Mais c'est peut-être ce que vous avez appelé à la suite de Norton et de Earman « *un modus tollens silencieux* », expression que vous reprenez sans l'analyser (p.245).

2° Votre critique de la nature générale des choses ainsi que votre discussion des futurs contingents aurait pu elle aussi prendre appui de manière féconde me semble-t-il sur l'intuitionnisme de Weyl. Weyl dit qu'on ne peut prédire quelque chose sur *n* avant de savoir quel nombre *n* sera. Selon Weyl, d'un côté les jugements existentiels généraux du type « *il y a des nombres impairs* » sont considérés comme vides de sens, d'un autre côté les jugements sur les futurs engagent bien plus une réflexion sur le possible, le vraisemblable, l'inévitable que sur le vrai et le faux. A leur sujet, on ne cherche à vérifier aucune réalité quelconque : *« un énoncé tout nu : « c'est ainsi », par exemple « cette table est verte » en appelle à des faits pour être justifié ; la réponse à quelqu'un qui vous interroge sur cet énoncé serait en principe : « Là, regardez ! ». Mais à qui soutient que quelque chose est impossible, on demandera pourquoi. Son affirmation demande des raisons* » (in *Le continu et autres écrits, 1940a, trad.franç. de Largeault,* p. 193). Je ne cite ce passage que pour vous donner le désir d'aller regarder de près ces textes de Weyl qui, à mon sens, sont très proches des passages de votre thèse qui remettent en cause la bivalence aristotélicienne au sujet des futurs contingents et qui par conséquent éloignent, là , Weyl d'Aristote.

II. Mon second point de discussion avec vous se rapporte à la question de l'existence et de son traitement grammatical. Alors même que vous critiquez vivement la tradition analytique représentée par Russell, vous reprenez pratiquement terme à terme son analyse de l'existence, comme propriété de classe et non de choses. Mais vous l'attribuez à Austin. Certes Austin la défend aussi, mais il est loin d'en être l'instigateur. Vous écrivez, p. 383 : « *La précieuse analyse d'Austin, il semble que nous puissions la reproduire presque à l'identique à propos de la notion d'existence, pour en tirer la conclusion radicale (que nous n'inventons certes pas) selon laquelle, il n'y a aucun sens à demander si les choses appartenant à une catégorie existent en général* ». De Frege et Russell, cette analyse est totalement balisée.

Toujours à propos de l'existence, il me semble qu'il y a à un moment de votre analyse, p.385, un télescopage entre deux idées différentes : le sens général de l'existence et le sens de l'existence de choses générales. Je suis convaincu comme vous, et comme Pascal avant nous, que le mot « existence » ou « être » est tellement général, qu'il s'applique à tout, si bien que nous ne pouvons lui attribuer un sens. Tout peut être dit « exister ». Mais l'existence de choses générales est un autre problème : l'existence ou non des universaux pose le problème du débat entre réalistes et nominalistes, l'existence ou non des nombres posent le problème des ontologies spécifiques ou non. Je vous invite donc à revoir ce passage, p.385 : « *Ce dont nous manquons tout à fait (pour des raisons grammaticales) est un sens général de l'exister ; et si nous manquons d'un tel sens, il est impératif que nous cessions de demander si les nombres, ou les objets mathématiques, ou les objets idéaux, existent* ». Pour ma part, je ne vois pas comment passer de l'un à l'autre de manière impérative.

Un troisième point grammatical lié votre discussion d'Austin porte sur le mot *« real »* (p.382). Vous dites qu'on ne peut pas dire d'une chose qu'elle est *réelle* comme l'on dit d'elle qu'elle est *bleue.* « Réel » ne fonctionne donc pas comme un prédicat spécifique ou descriptif comme l'est en revanche le prédicat bleu. Suit une mise en équivalence de « réel », « réellement », « vrai ». Vous commentez Austin : si je dis « un vrai canard est celui qui réellement un canard » cela suppose que je puisse nier qu'il ne le soit pas, que j'ai à faire à un trompe-l'œil ou à un leurre. Mais la note explicative, la note 42, p.383, me laisse perplexe. Vous expliquez Austin par Platon, en précisant qu'il y a des êtres (les êtres sensibles) qui ne sont pas réellement des êtres (les êtres idéels). Et vous ajoutez : *« Ce manque de réalité de l'être prend sens par contraste avec un domaine de véritable prédication et d'existence* ». Le problème c'est que dans le cas d'Austin, le prédicat « real » accolé à un nom n'a pas de valeur prédicative, parce que ce n'est pas une catégorie à part, en ce sens, il y a une pleine rupture avec Platon. En fait, « real » est un terme syncatégorématique : La différence entre un usage syncatégorématique et un usage catégorématique de « real » ou de vrai » apparaît clairement dans l'exemple que vous donnez : dans « un vrai problème », « vrai » n'est pas catégorématique comme il l'est en général dans un énoncé quand on dit qu'un énoncé est vrai. En gros, « un vrai problème » n'est pas un problème qui est vrai, comme un vrai prophète n'est pas un prophète qui est vrai. Je vous renvoie à une analyse fine de ces distinctions à Quine dans *Le mot et la chose*.

III. Vous êtes extrêmement sévère avec la tradition analytique, à laquelle vous préférez la tradition grammaticale pragmatiste qui va d'Austin à Wittgenstein (p.367). Permettez-moi de dire que ces deux philosophes gardent une dette sérieuse à l'égard de ladite « tradition analytique ». Par exemple, le passage que vous faites de la question de la « réalité » à celle de « l'expérience » pose un problème conceptuel et grammatical du type de ceux que Wittgenstein a pointés et qui donnent une crampe mentale. Vous posez, p.367, deux questions relatives à la réalité : celle de la différence entre passé, présent, futur, et celle des événements passés et futurs. Puis vous mettez le mot de « réalité » entre guillemets et vous lui substituez celui d'expérience. C'est là une ellipse conceptuelle (le passage de la réalité à l'expérience) que je n'ai pas bien saisie et que vous faites à partir de votre lecture de Dolev : « *Si vraiment il y a une différence entre passé, présent et futur, comment pouvons-nous savoir que le temps que nous expérimentons est le présent ?* ». La suite de votre analyse de cette question fait intervenir un *« je »* qui expérimente. Il aurait fallu, me semble-t-il, une médiation conceptuelle pour que l'on passe de la réalité à l'expérience et de celle-ci à la subjectivité. Il y a des choses qui peuvent aller dans ce sens dans le texte que vous citez sans l'analyser de Dummett sur la réalité du passé. Dummett y met en difficulté la position réaliste selon laquelle la proposition « *X s'est produit à la place P au temps T* » n'est pas équivalente à la proposition suivante : *« Si quelqu'un a été à la place P au temps T, il se serait dit que X se produit*». A partir de là, on voit comment on passe de la réalité à la réalité construite comme expérience.

J'ai pour ma part une autre suggestion : Weyl propose cette médiation à partir du couple potentiel/réel, elle a l'intérêt de partir des éléments conceptuels qui sont les vôtres à partir du paradoxe de Zénon. Je le cite : « *Le mot de l'énigme qu'on propose ici pour résoudre l'antinomie du continu est la distinction entre l'actualité et la potentialité, entre l'être et la possibilité. Le déploiement de la construction mathématique appliquée à la réalité repose en fin de compte sur la double nature, subjective et objective, de la réalité : elle n'est pas un être en soi, mais un apparaître pour un Je-esprit* » (in *Le continu* et autres écrits, 1940a, p. 294). Ma question : pensez-vous que Weyl pourrait s'inviter dans la solution de l'inachevable comme passage que vous proposez ? Ma seconde question : pensez-vous qu'avec l'espace et pas seulement avec le temps, on puisse parvenir aussi à un inachevable, dès lors que l'on distinguerait entre l'espace infini qui est sans bout, et l'espace qui « *en chaque endroit est infini vers l'intérieur* », avec cette idée qu'« *un point ne se laisse pas fixer de plus en plus exactement par un processus de division progressant vers l'infini de degré en degré* » ? (Le continu, idem, p.292), un inachevable spatial ?

Concernant Russell j'ai de nombreuses remarques.

1) L'atomisme logique ne repose pas sur la distinction entre le simple et le complexe, comme vous l'indiquez, mais entre l'atomique et le moléculaire. La métaphore chimique permet le pluralisme que ne permet pas la distinction entre le simple et le complexe. (p.353-354)
2) Vous dites que le mouvement est éliminé chez Russell car il ne fait pas partie des composants simples du monde. Russell élimine bien plus le changement que le mouvement. On retrouve le mouvement dans les relations de position, or les relations (notamment la relation d'ordre) font partie de l'inventaire du monde. Mais le changement est une notion aux lourds présupposés monistes et métaphysiques car elle suppose le langage de la substance et de l'accident, de la substance modifiée par les changements qui l'affectent qu'ils soient essentiels ou accidentels. Russell vous répondrait donc que loin de nier la réalité du mouvement ou celle du changement, c'est la reconnaissance de la diversité des faits atomiques séparés les uns des autres qui donne un sens robuste de la réalité sans la faire dépendre d'un principe unique duquel tout dérive, et sans la fragiliser par la distinction entre l'apparence et la réalité. Qu'on ait besoin comme Hume d'un postulat de continuité de l'existence indique que l'existence continuée ne peut être une donnée factuelle, mais est toujours le produit d'une inférence : ce n'est pas tant que la transition, le passage, soient une « confusion » pour Russell (p. 355 : « *l'idée de transfert ou de passage n'est rien ou rien qu'une confusion* »). Simplement, ils ne font pas partie de l'inventaire du monde, bien qu'on puisse en faire la demande, et leur donner un statut de postulat. C'est pourquoi Russell nie la notion de « transition d'un lieu à

un autre ». L'inférence remplace la transition, ou le passage.

3) Vous dites que Russell a spatialisé le temps, p.357 : *« Le temps est spatialisé au sens d'un espace lui-même rendu insensible au temps, contenant toutes ses divisions et ses compositions. Le temps est plus qu'un espace, un ensemble défini en extension »*. Quel Russell ? Le Russell de *Inquiry into Meaning and truth* reconnaît sa perplexité à l'égard du temps passé, impossible à aborder de manière extensionnelle. Comment distinguer, avoue-t-il, entre habitude langagière et un donné de la mémoire ? Plus le souvenir est lointain, reconnaît-il, moins il est possible de le distinguer de la manière dont on en parle. Si l'association avec le présent est ce qui cause le souvenir, c'est qu'il est difficile d'isoler le passé en soi, comme séparé du présent (Russell, *Signification et vérité*, trad.franç., p.172).
4) Vous dites « qu'une partie de la philosophie du XXe (p. 347-348) » a renoncé à la réalité du devenir. Je voulais vous signaler Whitehead qui a renoncé à la notion de changement pour les mêmes raisons que celles que présente Russell, mais il a mis en avant la notion de devenir. Les entités deviennent mais ne changent pas. Son principe : *« il n'y a pas une continuité du devenir mais un devenir de la continuité »* met l'accent sur l'atomisation de la continuité comme processus inachevé (c'est là le devenir de la continuité : l'eau qui coule goutte à goutte…). Il me semble qu'il aurait pu s'inviter tout comme Weyl dans la construction conceptuelle de la potentialité.

Je tiens à vous redire l'intérêt que j'ai porté à votre travail colossal et je précise à nouveau que mes remarques n'ont pour but que de prolonger vos analyses, avec profit j'espère. »

Hourya Benis-Sinaceur prend ensuite la parole et s'exprime ainsi :

« J'adresse mes plus vives félicitations à Pierrot Seban pour son travail très méticuleux et soigné sur un ensemble très étendu de textes reliés aux arguments « bien connus » de Zénon. P. Seban a fait sienne une des leçons de Hegel : ce qui est « bien connu » est, en fait, mal connu et appelle un réexamen radical. Le résultat que nous offre la thèse de P. Seban est impressionnant par sa richesse et par son argumentation rigoureuse et engagée.

Je pourrais, bien entendu, commencer par relever quelques coquilles, qui sont, il faut le souligner, en nombre extraordinairement petit (l'indistinction de 'quoi que' avec 'quoique' ; le masculin du participe passé du verbe devoir : 'dû' et non 'du' ; quelques accords pluriels oubliés ; p. 310 'S_T' écrit une fois sans crochets, et, la ligne suivante, avec crochets ; p. 484-485 un 'X' majuscule à la place d'un 'x' minuscule). Je signale, en passant, que quelques références citées en note dans le texte sont difficiles à trouver dans la bibliographie (p. 416, David Lefebvre, *Dynamis. Sens et genèse de la notion aristotélicienne de puissance*, Vrin, 2018 et p. 557, J.C. Milner, "La technique littéraire des paradoxes de Zénon", in *Détections fictives*, Seuil, 1985). Une remarque plus interne porterait sur l'expression 'principe d'achevabilité' utilisée indifféremment dans des contextes où il est effectivement question d'achèvement et dans des contextes où il s'agit, au contraire, de mettre en évidence l'inachèvement intrinsèque d'un processus. Cela peut provoquer une incertitude dans l'immédiat de la compréhension, qui disparaît, à vrai dire, rapidement à l'examen.

Je voudrais, en second lieu, faire part de mon étonnement sur deux points 1. Pourquoi la monographie de Hermann Weyl, *Das Kontinuum* (1918), n'a-t-elle pas retenu l'attention ? (Il en existe une traduction anglaise publiée en 1987 par Thomas Jefferson University Press) 2. Pourquoi dans l'annexe G, qui commence par une revue historique rapide de l'infinitésimal, il n'est pas fait au moins une mention des contributions en lange arabe, accessibles grâce à l'œuvre de Roshdi Rashed, *Les mathématiques infinitésimales du IX^e^ au XI^e^ siècle*, London, 1993 et 1996 ?

J'en viens, concernant le contenu ou la perspective de la thèse de P. Seban, à quelques questions que je considère pouvoir poser de façon interne, c'est-à-dire en admettant les présupposés généraux de la thèse.

1. J'ai été frappée par l'insistance sur la notion de passage et, en même temps, sa compréhension dominante non comme passage continu mais comme passage sériel, comme lorsque, paradigmatiquement, on passe de 1 à 2, de 2 à 3, etc. Or 'sériel' ou 'séquentiel' est autre chose que 'continu'. Autrement dit, j'ai été frappée par la conjonction d'une attention au passage et d'un discours majoritairement dominé par « le régime du *un par un* » (comme il est écrit page 455), celui de « la succession constructive ou inférentielle » (page 496). Ainsi, on peut lire, page 341, que « la pensée de l'être fait de l'infini nous force à envisager le temps sans le devenir ». Mais comprendre l'infini comme faire futur semble revenir dans le travail de P. Seban à l'itération indéfinie d'une même opération. Cela n'oblige-t-il pas à comprendre l'agir comme répétition, le temps comme passage certes, mais passage en tant qu'intervalle indéfiniment répété ou addition successive d'intervalles, si petits qu'ils soient, plutôt que comme passage continu et sans fin ? Pour reprendre ce que j'ai écrit à la fin de mon rapport préliminaire, du point de vue d'une philosophie qui se veut non négatrice du temps en tant que devenir, n'y a-t-il pas lieu de s'interroger sur la congruence du constructif mathématique à la « fluence » d'un continu, à « l'écoulement » du devenir dans ses bifurcations inattendues et imprévisibles et à l'agir comme acte impromptu. Les caractères de fluence, d'imprévisibilité et d'innovation ne sont pas pris en compte dans le concept d'itération indéfinie formellement prescrite par une loi posée au préalable (la fonction successeur pour les entiers par exemple). Si l'idée de processus est bien prise en compte (voir notamment page 422), celle de processus continu et celle de processus aléatoire ne le sont pas. Plus particulièrement, le modèle constructif de l'infini n'opère-t-il pas la dissociation de l'infini d'avec le continu, alors qu'infini et continu semblent intimement liés chez Zénon d'après ce que nous en dit Aristote ?

2. Autre manière de poser la même question : si le dessein était de prendre l'aporie du mouvement dans toute sa force, comme on nous dit page 514 :

> « Penser le mouvement consiste, en effet, à penser d'un même tenant deux exigences contradictoires. D'un côté l'omnidivisibilité, partagée avec le continu, mais aussi l'omnidifférenciation apportée par le *passage,* séparant continuellement dans son parcours le passé de l'avenir, le fait de l'à faire ; de l'autre l'achevabilité, la nécessité de *passer par l'ordre du faire* et que ne se trouve *accompli* que ce qui peut en effet *s'accomplir* au présent. Le rejet de l'achevabilité nous oblige à oublier le *passage,* à considérer le mouvement sur le mode du *passé pur*…»,

n'était-il pas alors opportun de relever que le modèle de la succession constructive ou inférencielle donne du mouvement une interprétation séquentielle qui n'en respecte pas la continuité, c'est-à-dire, en termes platoniciens et aristotéliciens, l'unité indivise, le fait de se produire d'un seul tenant quand il s'agit d'aller d'un point *A* à un point *B* séparé de *A* par une distance finie ?

3. Troisième question complémentaire des précédentes : partout, par exemple page 365 ou page 492, est mise en avant la primordialité de « l'intuition du passage du temps » et souvent est reconnue l'assomption d'une attitude phénoménologique (parente de celle de J.-M. Salanskis). Or, on ne trouve pas d'analyse philosophique, même rapide, de cette intuition, tâche qui aurait contraint à prendre position, même sommairement, par rapport à Husserl et à ses *Leçons sur la conscience intime du temps* ? Est-ce parce que l'effort du candidat a consisté à penser *objectivement* le temps ou penser un temps *objectif* ? Ou encore penser un *temps spécifiquement mathématique* tel que l'envisageait par exemple Desanti dans sa préface aux *Idéalités mathématiques* ? La question est explicitement posée à la page 450 : « quelle temporalité est impliquée dans l'opération mathématique ? », mais je n'ai pas aperçu de tentative de réponse.

4. Quatrième question : comment concilier le modèle constructif de l'itération indéfinie du même – récursivement parlant – avec la pensée hégélienne de l'altérité et de la différence, qui peut permettre de penser le passage ? Celle-ci est présente en filigrane, par exemple à la page 395, lorsque P. Seban admet la priorité absolue du changement et concède à McTaggart, dont il est en train de discuter l'article, que le changement consiste bien à « tenir ensemble la vérité de contradictoires » et à justifier cela par le fait que « il y a des contradictions vraies » et que « la contradiction temporelle est une contradiction réelle ». Comment cette contradiction peut-elle être dissoute par la stratégie aristotélicienne du « en tant que », qui est employée page 397 en guise de sauvetage du principe aristotélicien de non-contradiction ? En définitive, l'accent a été porté *sur l'aporie* du passage plutôt que sur l'aporie du *passage*. Le fait d'avoir voulu, à bon droit, maintenir l'aporie n'a-t-il pas été un obstacle à la pensée du passage, le successif de l'itération indéfinie restant une détermination largement insuffisante ?

Ces remarques et questions n'enlèvent rien au caractère exceptionnel, et par là exemplaire, de cette thèse. Le lecteur demeure très impressionné par la capacité du candidat à philosopher en s'engageant dans cette tâche avec autant de courage que de finesse, et à croiser des réflexions issues des mathématiques et de la physique avec des thèses de philosophie ou de métaphysique. Ses réponses aux questions posées montrent qu'il est parfaitement apte à continuer sur une lancée fort prometteuse et à relever bien des défis. »

Il revient à Brice Halimi de conclure :

« Cher Pierrot Seban, je me rappelle avoir assisté par le passé à deux ou trois exposés que vous avez donnés sur votre sujet de thèse, et vous avoir dit, la dernière fois, que vous sembliez trop aimer le paradoxe de Zénon pour vouloir le résoudre. C'était pour moi une critique à demi-mot : un paradoxe est fait pour être résolu, du moins pour qu'on cherche à le résoudre, et vous sembliez trop attaché au paradoxe pour vous résoudre à le résoudre.

À la lecture de votre thèse, je comprends beaucoup mieux votre amour du paradoxe : loin de vous détourner du droit chemin, il vous a guidé, et il a surtout donné lieu à une position interprétative parfaitement explicite et réfléchie. Le résultat est une belle et vraie thèse de philosophie générale. Et, comme toute vraie thèse de philosophie, elle ne néglige pas l'histoire de la philosophie. Dans votre cas, c'est peu de le dire, puisque la combinaison de l'analyse philosophique et de l'histoire de la philosophie est là encore parfaitement explicite et réfléchie, dans la mesure où il s'agit d'abord de faire l'histoire de la mécompréhension des paradoxes de Zénon *comme paradoxes*. Votre travail atteste une très rare ambition purement et authentiquement philosophique — ambition qui tourne le dos à toute facilité et s'accompagne d'une confrontation continue et minutieuse avec la tradition philosophique.

C'est cette ambition que je tiens avant tout à souligner et à saluer. Cette ambition n'est pas seulement louable en tant qu'ambition : elle donne lieu à une argumentation extrêmement vigoureuse, en faveur de toute évacuation trop rapide des paradoxes de Zénon. L'ambition proprement philosophique qui est la vôtre se double de sa contrepartie naturelle, à savoir l'ampleur du corpus traversé : la philosophie ancienne, bien entendu, dont on comprend qu'elle polarise le reste et a toutes vos faveurs d'hélléniste ; mais également la tradition philosophique classique (je pense à Descartes ou à Kant) ; enfin, et surtout, la philosophie analytique, qu'elle soit classique (avec Russell et Mc Taggart) ou contemporaine (je pense notamment ici à l'examen minutieux que vous faites du sujet bibliographiquement surchargé que constitue la question des « supertâches »).

Pour simplifier, et parce que vous insistez sur cette figure plus pure et plus fondamentale que les autres, je ne mentionnerai que le seul paradoxe de la Dichotomie, que je désignerai donc en parlant *du* paradoxe de Zénon. Je disais que vous ne cherchez pas à résoudre ce paradoxe : le paradoxe à propos de ce qui ne peut pas s'achever (p. 8) ne peut pas s'achever. On en comprend assez vite la raison : c'est que ce paradoxe constitue à vos yeux un problème séminal, en un sens indépassable, qui nous place dans une situation herméneutique comparable à ce que votre directeur de thèse a décrit dans *L'herméneutique formelle* à propos de l'infini, du continu et de l'espace. Au fond, il s'agit de comprendre, en en revenant à Zénon, non plus que les mathématiques pensent comme la philosophie, comme il est dit dans *L'herméneutique formelle*, mais que la philosophie pense comme les mathématiques ; qu'il y a, à propos du continu, une herméneutique partagée entre la philosophie et les mathématiques —idée à laquelle je souscris, comme, je pense, Jean-Michel Salanskis lui-même. L'herméneutique du paradoxe de Zénon semble également avoir pour ressort l'idée que les apories de Zénon constituent le vrai point de départ de l'histoire de la philosophie. C'est cette suggestion qui affleure à la fois dans le chapitre biographique (ch. 1), dans votre conclusion (p. 514), lorsque vous vous référez à Vuillemin, et dans vos remarques introductives et conclusives affirmant un peu rapidement le caractère « indépassable » (p. 2) de l'aporie.

Le paradoxe de Zénon est-il véritablement sans solution? Pensons à Épiménide le Crétois, figure au moins aussi vénérable, et en tout cas, si elle a existe, plus ancienne encore, que Zénon d'Élée : son paradoxe éponyme, appelé le paradoxe du Menteur, est un paradoxe dont la solution occupe encore la logique contemporaine. Pourquoi ne pas rechercher une solution au paradoxe de Zénon comme on recherche une solution au paradoxe du Menteur ? Une réponse est que les deux paradoxes diffèrent considérablement : le Menteur constitue une véritable contradiction logique, ce qui n'est pas le cas du paradoxe de Zénon ; il appelle à reconsidérer ce qu'est une proposition et ce qu'est la vérité, sans solution évidente. Au contraire, le paradoxe de Zénon semble avoir une solution évidente : le continu n'est pas une somme d'unités discrètes. L'intérêt de votre thèse est de bien montrer que le paradoxe de Zénon est bien une contradiction, à défaut d'être une contradiction logique ; et que les solutions évidentes apportées à ce paradoxe n'en sont pas, car elles ne font bien souvent que supposer le problème résolu, quand elles n'abandonnent pas le terrain de la bataille. (Ce qui, au passage, rend un peu curieuse votre remarque conclusive, p. 522, que « [t]out le monde sait et a tou- jours su résoudre [l'aporie zénonienne] »). En somme, je vois votre thèse comme un travail préalable permettant de comprendre le paradoxe de Zénon comme un authentique paradoxe, à prendre autant au sérieux que le paradoxe du

Menteur. À cet égard, votre thèse est une très belle réussite.

Cette réussite, à vous en croire, est aussi une tragédie. Votre thèse déroule en effet un fil tragique ; ainsi dites-vous de l'article de Max Black (p. 247) : « il est l'origine de notre tragédie de l'échec » (voir aussi p. 255 et p. 268). Ce fil tragique, qui induit un certain nombre de références à votre expérience personnelle (voir p. ex. p. 364), s'explique par le fait que bien souvent l'opposition entre tenants et adversaires du principe d'achevabilité («possibilistes» et «impossibilistes») aboutit à une discorde où c'est présupposition contre présupposition (voir p. 229, 271, 276, 294, 455) : chacun a toujours déjà pris parti et accusé l'autre de mécomprendre le problème. D'où une interrogation qu'on pourrait dire « méta- argumentative » quant à l'existence même d'un « sens commun » philosophique (p. 204, 224). Je vais revenir à votre sentiment de tragique, après quelques remarques d'ensemble.

Votre travail est tout d'abord une thèse incroyablement riche : non seulement fournie (639 p., dont 75 p. d'annexes sur certains auteurs mentionnés dans le corps de la thèse, un *index nominum*, et une bibliographie raisonnée de 24 p.), mais très ample (avec dix chapitres portant à la fois sur Zénon et ses sources, Aristote, la question moderne des supertâches, la théorie ensembliste des ordinaux et le constructivisme mathématique). Il s'agit d'une thèse très dense et néanmoins très proprement rédigée, à tous points de vue. On est frappé par la maîtrise d'une littérature aussi diverse, et par le maintien du cap philosophique à travers l'examen extrêmement brillant de cette littérature. L'honnêteté de l'engagement dans la phi- losophie, la profondeur atteinte dans le savoir et l'immense qualité de l'analyse sont impressionnantes.

Après trois premiers chapitres sur Zénon et sa réception, dans lesquels vous dégagez très minutieusement l'émergence du raisonnement itératif, et après deux chapitres sur les solutions aux apories qui ont été proposées, notamment par Aristote, le chapitre 6 fournit une sorte de cartographie conceptuelle du paradoxe, et des voies possibles pour l'aborder. Le septième chapitre traverse la question des supertâches en expliquant très finement les raisons pour lesquelles le paradoxe de Zénon est moins résolu ou même traité, que contourné. Le chapitre 8, relance l'examen en réinscrivant le paradoxe dans une philosophie du devenir comme « passage » ; c'est notamment l'occasion d'une brillante discussion de McTaggart. Le chapitre 9, anticipé par la section 7.1, est consacré au concept d'infini et aux confusions possibles qu'il abrite même une fois admise l'idée d'un infini actuel. Tout ce chapitre, qui renouvelle ainsi, par des distinctions fines (p. 406-411 : distinction entre point de vue catégorématique et point de vue syncatégorématique, entre point de vue distributif et point de vue collectif), toute la question de l'infini (je pense, en particulier, aux p. 424-431), est absolument remarquable. Le dernier chapitre, enfin, naturellement appelé par le précédent, aborde frontalement la place des mathématiques et en particulier défend de façon très solide la thèse que la théorie moderne des ordinaux infinis ne résout en rien le paradoxe de Zénon.

Le plan de traitement du problème est le suivant. Au-delà de l'argument de la Dichotomie, que vous analysez dans le plus grand détail, la nécessité d'un réexamen, en dépit de la solution proposée par Aristote, est bien expliquée (p. 181-183, puis p. 187-188). Votre thèse est ensuite formulée comme celle de l'inachevabilité d'une procédure indéfiniment itérable : il n'est en ce sens pas possible d'« avoir compté un nombre infini » (p. 234). Je cite la p. 229, qui est sur ce point la plus éloquente : "En somme le moyen de se débarrasser du problème est de construire l'ensemble infini des tâches à accomplir et de dire que chacune des tâches de cet ensemble est une tâche toujours déjà accomplie quand on se trouve au-delà de l'instant de convergence du mouvement zénonien où, par construction, toutes se trouvent ayant été accomplies. Mais la présence d'une telle infinité inachevable au sein du temps fini, autorisant le dépassement du paradoxe, est précisément le paradoxe lui-même, est la réaffirmation de ce qu'il affirme." Cette thèse est ensuite reprise à propos des supertâches (voir notamment p. 323-324), lorsque vous montrez que les contradictions avancées par certains (au premier chef James Thomson) sont liées à un amalgame : amalgame entre la possibilité d'une supertâche et la possibilité d'assigner un résultat à cette supertâche —ce qui revient à supposer le problème résolu et à substituer l'être fait à la tâche à faire. Cette défense du faire contre le fait est ensuite développée pour elle-même (p. 336-341).

Il faut reconnaître que ce plan de traitement du problème va de pair parfois avec un petit problème de traitement du plan : le plan sert à organiser tout un ensemble d'anticipations et de retours (voir p. 144, 159-161, 169-170, 185, 243), qui sont parfois difficiles à suivre, outre quelques transitions à étoffer (voir le passage à la section 7.2 ou le passage au ch. 9). On peut également regretter quelques ellipses (un exemple est la discussion de J. Barnes, p. 230), ou quelques inégalités de traitement (par exemple, vous expliquez ce qu'est l'infini au sens de Dedekind en supposant votre lecteur complètement ignorant, mais vous admettez par ailleurs la notion de cône de lumière). Une autre inégalité de traitement concerne Russell : s'il est l'Adversaire, il n'est pas traité avec autant d'égard que Zénon, c'est le moins que l'on puisse dire. Étant donnée l'importance de la figure de Russell dans votre thèse, et en raison de l'importance que Russell lui-même a accordée au paradoxe de Zénon, les références que vous faites à Russell auraient dû être beaucoup moins allusives.

Zénon est important aux yeux de Russell, peut-être parce qu'il symbolise l'objection suivant laquelle notre expérience perceptive montre que le monde ne se décompose pas en unités discrètes du type de celles que requiert l'atomisme logique pour son analyse logique de la réalité. La réponse apportée par Russell à cette objection (voir *Our Knowledge of the External World*, p. 150-151) est que nos capacités de discrimination sont dépassées par les transitions concernant les éléments ou qualités que nous expérimentons, de sorte que nous concluons —mais à tort— qu'il n'existe pas de différences ou de délimitations entre ces éléments ou qualités, et par suite —toujours à tort— que le champ de notre expérience perceptive ne se compose pas d'unités discrètes. Il est par exemple en réalité faux que deux couleurs, prises en tant que donnés immédiats, « doivent nous *apparaître* différentes si elle *sont* différentes ». En outre, on ne peut vraiment pas mettre dans le même camp que la théorie des ensembles un auteur comme Russell, qui défend une perspective intensionnelle, y compris au moment de discuter la Dichotomie (au §330 des *Principes*).

À propos de la théorie des ensembles, un point n'est pas tout à fait clair dans un passage de la thèse (p. 115) : c'est que le principe d'induction transfinie est un *théorème* de ZFC. L'inductivité y est constitutive des ordinaux. (On peut considérer des sous-systèmes de l'analyse moins puissants que ZFC, dans lesquels ce n'est plus le cas. En particulier, l'analyse prédicative développée par S. Feferman introduit le concept d'ordinal *admissible* : en simplifiant abusivement, c'est un ordinal α tel que le principe d'induction jusqu'à α peut être démontré au moyen d'une démonstration elle-même de complexité $< \alpha$. On est alors en droit de considérer des démonstrations de complexité α. On a ainsi affaire à une forme d'itérativité de second ordre.) Par ailleurs, l'objet de la théorie des ensembles est à chaque fois, non pas d'achever un processus ou une série, mais de totaliser un ensemble comme ensemble : en cela, le lien des mathématiques et de la logique avec le temps (affirmé p. 394-399 de la thèse) ne va pas du tout de soi. Enfin, les axiomes de grands cardinaux ne sont pas tous réductibles à des « pseudo-gestes » constructifs (p. 487-488), mais sont souvent définis à partir de tout autres questions, comme l'atteste la théorie descriptive des ensembles.

Je voudrais à présent faire trois réflexions d'ensemble, en reprenant votre introduction, laquelle en effet invite à plusieurs questions d'ordre général.

1) Le point essentiel que vous soutenez est ce que vous nommez « le principe d'achevabilité » —ce qui peut être achevé doit pouvoir s'achever—, et sa contraposée —ce qui ne saurait s'achever (avoir un achèvement par soi-même, ou « achèvement intrinsèque ») ne saurait être achevé (dans le temps, c'est-à-dire à un moment du temps). Le principe d'achevabilité est ainsi le principe suivant lequel il est impossible d'achever un inachevable —inachevable étant entendu au sens d'un procédé itératif qui appelle sa reconduction indéfinie.

Au fond, vous accusez toutes les solutions qui invoquent un infini en acte —et, exemplairement, la solution russellienne— de changer les règles du jeu au cours du jeu : ces solutions, en effet, « se donnent d'emblée , d'un coup, la totalité infinie [...] en oubliant par là que la question était celle de l'*achèvement* de la constitution de cet infini *dans le temps*, c'est-à-dire dans la *progression*, sous le régime du *un par un* » (p. 11). Mais on pourrait tout à fait renverser l'objection : n'est-ce pas Zénon qui change les règles du jeu, en reparcourant régressivement le mouvement, et en divisant au lieu d'ajouter ? Et, quitte à changer les règles du jeu (celles du compte « un par un »), pourquoi ne pas introduire un infini actuel selon un autre procédé de compte, si les mathématiques modernes nous en fournissent les moyens? Où est la malhonnêteté, si le paradoxe de Zénon opère lui-même un jeu sur les règles du jeu ordinaire de description du mouvement? On trouve ici, d'ailleurs, une tension avec l'appel au langage ordinaire revendiqué par Yuval Dolev (section 8.3, en particulier p. 367) : car si le devenir et les prédicats de la série A de McTaggart sont tout simplement constitutifs de notre usage *ordinaire* du langage à propos du temps, le montage itératif de Zénon y est étranger. On ne peut jouer sur les deux tableaux à la fois.

L'argument de Zénon renvoie ultimement à l'absence de tout repérage absolu du mouvement : on peut toujours re-coordonner notre découpage (« découpage » au sens à la fois métaphorique et littéral), en vertu de la dynamique même de ce découpage. Ce qui me semble sous-jacent à la question des supertâches est précisément que toute détermination d'une tâche est relative à une certaine *échelle de mesure* : voir une chaise, c'est une tâche simple ; mais cela devient une tâche virtuellement infinie si voir une chaise revient en fait à voir toutes les parties élémentaires qui la composent. Or il n'existe aucune échelle de mesure absolue des tâches. Vous dites, pour expliciter l'argument de Zénon : les éléments qui composent une grandeur ont eux-mêmes chacun une grandeur, « [m]ais s'ils ont une grandeur, chacun peut être divisé en de nouvelles, plus nombreuses, grandeurs » (p. 3-4) : n'assiste-t-on pas là, exactement, à un changement subreptice d'échelle de mesure ? Autrement dit, est-il légitime de tenir en cours de route pour relatif et modifiable un repérage qui était au départ introduit comme intangible ? Comment faire la part des choses entre une opération menée dans un cadre, et une opération appliquée à un cadre? Entre un cadre opératoire et une méta-opération? Le paradoxe de Zénon n'est-il pas fondé sur un brouillage de cette distinction ? Une réponse positive à cette dernière question ne suffirait sans doute pas à invalider le paradoxe, mais la question néanmoins se pose. C'est celle que je vous pose.

2) Qualifier un processus itératif d'« inachevable », c'est présupposer, même si c'est pour en rétracter la possibilité, la nécessité de l'achever. Un inachevable c'est ce qu'on ne peut pas achever en tant qu'on *doit* l'achever. Une opération est par principe itérable : on peut l'itérer indéfiniment, car l'appliquer rend par construction possible de l'appliquer à nouveau. Mais *doit*-on pour autant l'itérer indéfiniment ? Je prends un exemple : si je dis « Toute phrase comporte un point », je produis une phrase qui comporte elle-même un point. Je peux donc dire « La phrase qui énonce que toute

phrase comporte un point, comporte un point ». Je le peux, mais le dois-je ? Il y a, de ce point de vue, dans la thèse, non une ambiguïté, mais une clarification peut-être insuffisante de la distinction à faire entre *itération libre* et *itération contrainte* : entre une opération que l'on *peut* indéfiniment itérer, et une opération que l'on *doit* indéfiniment itérer, voire dont on doit admettre l'itération infinie. (En lien avec ce point, voir l'article de Lewis Carroll, « What the Tortoise said to Achilles ».)

Certes, votre thèse indique qu'elle s'attache, non à n'importe quel processus itératif, mais aux tâches ou séries que vous qualifiez de « zénoniennes » (p. 122). Et, même s'il n'est pas tout à fait clair qu'une série zénonienne coïncide avec une itération contrainte (par opposition à une itération libre), vous tendez en fait à définir comme *zénonien* tout processus itératif (i) qui *doit* être itéré et (ii) dont l'achevabilité est dès lors un horizon. L'examen des processus zénoniens ne se confond donc pas avec la question de l'itérabilité indéfinie *en général* : c'est bien d'ailleurs ce que repète la thèse (notamment p. 31-37 et p. 63-64). Les processus zénoniens, en effet, concernent des tâches d'un type bien particulier : des tâches physiques dont l'itération est contrainte, et non des tâches mathématiques dont l'itération est *a priori* libre.

C'est en effet que le procédé de division est une donnée fondamentale du problème. Le paradoxe de Zénon est fondé sur une division *régressive* : si un mobile accomplit un mouvement, il *doit* auparavant être parvenu à la moitié de son parcours. Or s'il accomplit le mouvement correspondant à la moitié de son parcours, il *doit* auparavant être parvenu à la moitié de cette moitié, etc. (voir p. 121 et p. 208). La division est donc une division au futur antérieur : si le mobile accomplit son mouvement, alors il *aura parcouru* une infinité de parcours. Or c'est précisément en vertu de ce caractère régressif que la division zénonienne induit une itération *contrainte* : comme le mouvement a eu lieu, il *faut bien* que l'itérabilité indéfinie ait été suivie, puisqu'elle ne fait justement que suivre un parcours déjà effectué (même si elle en renverse la présentation).

Mais si les processus zénoniens se distinguent ainsi au sein des processus des processus itératifs en général, ils se démarquent en particulier des processus inductifs mathématiques. Pourtant, le paradoxe de Zénon pose bien, à vos yeux, un problème général qui inclut « l'objectivité mathématique infinitaire » (p. 11). Cela rejoint un certain nombre d'autres passage de la thèse (voir p. ex. p. 48 et p. 84-85). Toutefois il ne va pas de soi que l'itération indéfinie puisse être abordée de la même manière dans un contexte mathématique et dans un contexte physique. Tout ceci est lié au soupçon d'une certaine homonymie du terme de « tâche » : tâche au sens de séquence de travail, et tâche au sens de cran inductif. Rien ne dit qu'on parle de la même chose dans les deux cas, que la question de l'itération puisse se poser de la même manière dans les deux cas.

Par conséquent, de deux choses l'une : ou bien le principe d'achevabilité concerne l'itérabilité de toute opération en tant que telle, y compris mathématique : vous insistez alors sur « la temporalité propre à l'activité mathématique elle-même » (p. 11) —mais alors le problème ne concerne plus spécifiquement le temps physique et le mouvement (outre que vous postulez une temporalité propre aux mathématiques, ce qui est problématique). Ou bien —seconde branche de l'alternative— le paradoxe concerne de manière spécifique le temps physique et le mouvement, mais alors il ne concerne plus l'itérabilité indéfinie en tant que telle, et il n'est pas possible, comme vous le faites p. 12, d'associer le paradoxe de Zénon à la question *générale* de savoir s'il est possible de « mener une opération sans fin puis passer à autre chose ». Ma question : que pensez-vous de cette alternative, et vous rattachez-vous, comme je le pense, à sa seconde branche plutôt qu'à la première ?

3) Mais revenons à la première branche, pour voir si elle ne peut pas être la source d'une solution valant également pour la seconde branche. Vous soutenez à de nombreuses reprises, et dès la p. 3, que Zénon est au fond l'introducteur de l'idée d'*horizon opératoire* infini, à travers l'une des premières figures, sinon la première figure, de ce que vous appelez un « raisonnement itératif » (p. 76). À cet égard, j'ai particulièrement apprécié la démarche (voir p. 31-37 et p. 70) consistant à reconduire autant que possible à une même matrice tous les arguments attribués à Zénon. Je ne peux que laisser à d'autres, bien plus compétents que moi, l'appréciation de la justesse de votre hypothèse de reconstitution des arguments de Zénon, mais cette hypothèse m'apparaît conceptuellement très convaincante. E je voudrais précisément discuter cette idée d'horizon opératoire ou itératif, en citant un auteur que vous n'auriez certes pas dû mentionner, mais que vous auriez pu mentionner, à savoir Wittgenstein.

Quitte, en effet, à dénoncer les insuffisances de Russell et à critiquer l'extrapolation irréfléchie de la théorie des ensembles, on n'est jamais mieux servi que par Wittgenstein, d'autant que vous faites référence au développement décimal de π (p. 277), et faites surtout une place de choix au raisonnement par récurrence. Or la *Grammaire philosophique* (Seconde partie, VI : « Démonstration par induction et développement décimal périodique », §§29-38) est précisément consacrée aux mécompréhensions de la généralité inductive que suscite le carcan extensionnel véhiculé par la théorie des ensembles. Les pages de Wittgenstein sont notamment consacrées à la preuve par récurrence de l'associativité de l'addition, telle que la formule Skolem.

Wittgenstein remarque que la conclusion supposée (« Pour tous a, b, et c, a + (b + c) = (a + b) + c») n'intervient à aucun moment dans la preuve. De manière générale, dire qu'une propriété f vaut pour tous les nombres n'est qu'une paraphrase parasite de ce que montre la preuve —à savoir que f(1) est le cas et que f(c + 1) suit de f(c). En l'occurrence, si on applique à a + (b + (c + 1)) la définition de l'addition d'un successeur, on voit que l'hypothèse de récurrence permet de démontrer l'égalité avec ((a + b) + c) + 1 et par suite (en appliquant une seconde fois la définition de l'addition d'un successeur) avec (a + b) + (c + 1).

Wittgenstein note « A » l'énoncé de l'associativité de l'addition et « B » le complexe d'égalités qui *montre* que f(1) est vrai par définition et que f(c + 1) est vérifié si f (c) l'est. Il s'agit bien d'une monstration, au sens où l'effet de f (c) sur f(c + 1) constitue un aspect de B qu'une accentuation symbolique (par des traits de coordination) peut mieux faire voir (*cf.* GP, p. 442). Et prouver A, c'est simplement « attirer l'attention sur des traits tout à fait particuliers en B » (GP, p. 444). La preuve par induction n'est rien d'autre que le schéma B accentué d'une certaine façon : « C'est la façon dont on attire l'attention sur B qui livre le nouveau signe » (GP, p. 445). Bref, une preuve par induction n'est pas à proprement parler une *preuve* de sa conclusion A supposée :

> Qu'est-ce qui en moi s'oppose à la conception de B comme preuve de A? Tout d'abord, je découvre que dans mon calcul, je n'ai en rien besoin de la proposition sur « tous les nombres cardinaux ». J'ai construit le complexe B à l'aide de ρ [ρ est le groupe d'équations φ(1) = ψ(1), φ(c + 1) = F(φ(c)) et ψ(c + 1) = F(ψ(c)) dont le complexe B est l'agencement paradigmatique] et suis ensuite passé à l'équation A ; il n'était alors pas question de « tous les nombres cardinaux ». (Cette proposition est un élément du langage verbal qui ac- compagne mon calcul, et ne peut que m'induire en erreur.) Et non seulement cette proposition générale disparaît complètement, mais encore, aucune autre ne vient la remplacer.

(GP, p. 416)

Une preuve par induction n'est pas une preuve, mais « un certain arrangement de preuves ». Elle n'est pas la preuve d'une forme générale, mais la forme générale de preuves de propositions arithmétiques d'une certaine forme (GP, p. 441). Si on cherche à voir le passage de B à A comme étant une preuve, on est déçu. Wittgenstein ajoute : « Comme si quelqu'un m'avait promis de me donner quelque chose, et qu'il me dise maintenant : "tu vois, je te donne ma confiance". » (GP, p. 418)

Derrière l'examen du cas précis des preuves par induction, Wittgenstein insiste sur la mésinterprétation possible du « et ainsi de suite » ouvert par l'induction : « ce qu'on laisse ouvert dans la règle, c'est son application seulement » (GP, p. 437). Autrement dit, le signe « et ainsi de suite » n'est pas un signe d'incomplétude (GP, p. 439). À propos de la périodicité du développement décimal de 1/3, Wittgenstein ajoute :

La périodicité n'est pas l'indice (le symptôme) du fait que « l'on poursuite de telle façon », mais l'expression « cela se poursuit toujours de cette façon » n'est qu'une traduction du signe périodique dans un autre type de formulation.
(GP, p. 441)

Wittgenstein résume ainsi les choses à la fin du §32 : « J'ai envie de dire : une fois qu'on a l'induction, c'est fini ». L'effet de généralité de l'induction est entièrement adhérent au schéma symbolique en lequel consiste la preuve par induction. Le point essentiel est que « [l]'arithmétique est complète sans une règle telle que A, même sans elle rien ne lui manque » (p. 440). La récurrence n'a pas à rejoindre la totalité des entiers : la totalité des entiers n'est *rien d'autre* que ce qu'exhibe la structure inductive de la preuve. La théorie des ensembles, et plus généralement l'interprétation extensionnelle de la quantification, aboutissent à une rétrojection d'une totalité imaginaire, rétrojection tout à fait consonante avec ce que la thèse décrit comme conversion d'un infini achevé en un infini préalable.

On peut ainsi les résumer les analyses wittgensteiniennes de l'induction mathématique :

- Le fait qu'une opération soit indéfiniment itérable ou qu'une forme de preuve soit indéfiniment applicable est un trait formel que paradigmatise un certain schéma inductif.
- Ce trait correspond à un aspect symbolique, corrélatif d'une certaine façon de voir. On ne peut pas expliciter cet aspect en en faisant l'objet d'une preuve directe, comme s'il était possible de l'isoler et de le capturer en tant que tel.
- Une preuve par induction n'est donc pas une preuve, mais « le terme général d'une série de preuves », « une loi qui permet de construire des preuves [c'est-à-dire des instances] » (GP, p. 435).
- Il n'existe donc aucun écart entre le schéma de récurrence B et la proposition générale A que ce schéma est censé justifier, comme si l'application indéfinie de B devait être supposée pour rejoindre A. Il n'y a pas à rejoindre A, car A n'est qu'une paraphrase de B dans un langage verbal. Parler de « série infinie » induit en erreur : c'est exactement la conclusion de Wittgenstein au début du §36 de la *Grammaire*.
- Croire qu'une preuve par récurrence *fait signe* vers le « et ainsi de suite » qu'elle ouvre, c'est croire —à tort— que l'expression de la règle devrait incorporer toutes ses applications possibles. À tort, car « [l]a règle est et reste un signe, distincte de son application » (GP, p. 449). Si l'on accepte de dire que la preuve par induction prouve quelque chose, ce quelque chose n'est pas une proposition, mais une itérabilité qui se montre dans les substitutions mêmes par lesquelles nous appliquons la règle générale de la preuve par induction. La règle générale n'a donc pas d'autre horizon que son itérabilité même, *ce qui signifie qu'elle n'a tout simplement pas d'horizon*.

Par suite, le vrai sens de l'itérabilité indéfinie d'une opération n'est pas l'existence d'un « horizon de progression » (voir p. 346 de la thèse), celle d'un « horizon d'achevabilité » (p. 491), *mais au contraire l'absence radicale de tout « horizon »*. L'illusion que suscite l'itération indéfinie n'est donc pas sa mystification en infini achevé, la conversion de son horizon d'achevabilité en infini préalable, mais la supposition même d'un tel horizon d'achevabilité. Parler de l'induction en termes d'« horizon », et donc d'« inachevabilité » (voir p. 76, 85, p. 91-92), c'est déjà trop dire. Et ceci ne vaut pas seulement de l'induction mathématique, mais peut-être de toute itération réglée, y compris dans un contexte non purement mathématique (mais physique) ; c'est pourquoi la seconde branche de l'alternative présentée plus haut est également concernée.

(Cette compréhension de l'itérabilité qui soustrait cette dernière à tout horizon que ce soit, va sans doute de pair avec une tout autre approche du devenir et des phénomènes temporels : le devenir, ce n'est pas le mouvement d'une flèche, c'est l'application d'une règle; le temps, ce n'est pas la course d'Achille, c'est l'attente de quelqu'un que j'ai invité à prendre le thé à quatre heures, pour reprendre l'exemple du *Cahier bleu*. Mais je laisse tout cet aspect hypothétique de côté.)

(La soustraction à tout « horizon » est peut-être compatible avec le constructivisme phénoménologique que vous reprenez du livre de Jean-Michel Salanskis, *Philosophie des mathématiques* : les occurrences du terme d'horizon dans ce passage de votre thèse (p. 460-462, 468, 486) sont peut-être malgré tout interprétables en ce sens : dire que « le comportement formel originaire de la constructivité […] donne le sens », c'est peut-être malgré tout pouvoir se passer de tout horizon. Mais je laisse également ce point de côté.)

C'est en ce point qu'on peut faire retour, pour finir, au tragique dont vous faites état dans votre thèse. À la solution aristotélicienne, en effet, Zénon répondrait que la division indéfinie n'est pas seulement potentielle, car le mouvement « *est lui- même ce procédé effectif qui actualise toutes les divisions* » (p. 7). Mais on peut ici faire le reproche à Zénon de forcer la projection d'un horizon d'achevabilité, par la considération d'un mouvement déjà accompli : « si un mobile accomplit un mouvement, il doit auparavant être parvenu à la moitié de son parcours, etc. ». Et, cette fois à l'analyse russellienne, on peut faire le reproche de présupposer la totalité infinie dont il s'agit justement d'expliquer la genèse (voir p. 11). D'où une impasse où chacun s'accuse sous la figure de l'autre. De même, pour reprendre l'opposition entre « le faire »—un processus considéré comme étant en voie d'achèvement— et « le fait »—ce même processus considéré comme achevé— (voir p. 200-202, 253, 258-260, 267-268, 281, 388, etc.) : si la voie ensembliste peut être accusée de préempter le faire par le fait, la présentation zénonienne elle aussi, en vertu du caractère régressif de la Dichotomie.

Contre le tragique de cette impasse, une suggestion serait d'abstraire entièrement l'analyse russellienne de toute idée de progression et, symétriquement, d'abstraire entièrement la présentation zénonienne de toute idée d'horizon d'achevabilité. S'agissant de l'analyse russellienne, l'idée est que l'infini achevé n'est pas le résultat d'un achèvement, mais un infini donné, originaire. C'est la progression qui est un phénomène dérivé : elle résulte en effet de nos limites perceptives. S'agissant de la présentation zénonienne, ensuite, l'idée serait que le mouvement qu'analyse la procédure zénonienne ne déploie aucun horizon d'achevabilité, car cet horizon n'est que l'artefact du caractère régressif de la procédure. Dans les deux cas, le spectre d'un inachevable achevé disparaît : dans le premier cas, parce qu'il n'y a pas d'inachevable ; dans le second cas, parce qu'il n'y a rien à achever.

Toutes ces remarques, vous le voyez, ne sont pas des objections, mais plutôt des suggestions appelées par l'ampleur de la thèse que vous soutenez. Et je veux, pour conclure, souligner à nouveau la maîtrise et la profondeur philosophiques que vous avez atteintes, et vous redire combien votre travail a gagné ma plus grande estime. »

Le candidat, Pierrot Seban, a répondu aux questions qui lui ont été posées avec précision, concision et clairvoyance.

Après avoir ainsi écouté ses réponses, et au terme d'une courte délibération, le jury décide d'accorder à Monsieur Pierrot SEBAN le diplôme de Docteur de l'Université Paris Nanterre en Philosophie.

En conformité avec l'arrêté du 25 mai 2016 et à la suite de la décision de la Commission Recherche du 20 septembre 2016, l'Université Paris Nanterre ne décerne pas de mention.

J.-M. SALANSKIS

Ali Benmakhlouf

H. Benis-Sinaceur

BRICE HALIMI

B. Halimi

Marwan RASHED